Economic Bulletin of Senshu University
Vol. 49, No. 3, 91-109, 2015

実証分析における生産，費用関数

中西 泰夫*

＜要約＞
本研究は，実証研究のための生産関数と費用関数の紹介とそれぞれの関数相互の特徴および関連性について述べているものである。企業行動における生産関数は，消費者行動における効用関数と並んで，重要な関数である。企業行動の理論的な分析だけでなく実証分析でも利用されている。

生産関数をコブ・ダグラス関数から，CES，トランスログ，一般化レオンチェフと関連性を重視して紹介する。またそれらの費用関数に関しても述べて，費用関数の実証分析における重要性を述べている。また静学的なモデルだけでなく動学的なモデルにも言及している。調整行動を明示している場合としていない場合について説明されている。

全体を通して，構造アプローチにもとづく内容であり，関数の構造パラメータの意味が明らかになるように説明され，理論的な分析と実証的な分析の乖離がないようなモデリングを目標としている。

JEL 区分：D24，O 4
キーワード：生産関数，費用関数，実証分析，双対性，可変費用関数

第 1 章　はじめに

本研究は実証分析のためのモデルの基礎的な解説である。その方法としては企業の生産活動にもとづく生産関数と費用関数による分析が中心である。企業行動における生産関数と費用関数は，消費者行動における効用関数と同様にミクロ経済分析において最も中心になる関数であり，分析のアプローチも多岐にわたる。本研究では各章でいくつかの分析方法が提示されているが，それぞれが関連性を持っているため，その関連性（歴史的な観点もふまえ）を十分に意識しながら統合して紹介したい。

＊専修大学経済学部教授

生産関数から費用関数および派生する分析がすべての分析方法であるが，その中でも，トランスログ費用関数を代表的な費用関数とし，その費用関数を用いた実証分析についてより中心に述べるものである。

費用関数による実証分析は，ミクロ経済学における成果の一つである双対理論の発展によって実証分析の方法の一つとして出現したものである。双対理論は，従来のミクロ経済学の消費者および生産者行動の理論を発展させたが，理論的な発展だけでなく，実証分析に関しても発展をうながした。特に実証分析は従来は理論的前提と乖離があったが，双対理論による実証分析は，理論分析と実証分析それぞれのモデルの違いが少なく，理論的な分析が自然な形で実証分析に拡張されている。したがって推定されるパラメータについてもアドホックではなく理論的整合性が存在する。こうした実証分析のアプローチは，構造パラメータによる構造アプローチとよばれるものである。

一方マクロ経済学においても，消費や投資といった分析に理論的な前提と乖離なく実証分析をおこなうケースも出現した。したがって双対理論にもとづく構造アプローチは，おもにミクロ経済分析で利用されているが，マクロ経済分析でも構造アプローチは用いられ，経済分析全般において構造アプローチの重要性が認知された。

その中でもトランスログ費用関数は，生産性，TFP，規模の経済性，価格弾力性，代替の弾力性，固定要素の弾力性が主に計測される。こうした経済指標は，企業，産業，国のパフォーマンスを示すものである。また生産要素および固定要素としては，資本・労働だけでなく，R&D，IT などのそれらの外部性も用いられている。したがって様々な経済分析に応用が可能である。また従来のコブ・ダグラスや CES の費用関数とは異なり，トランスログ費用関数は観測値の数だけ上記の指標が得られることや，代替の弾力性の値にコブ・ダグラスや CES のような制約がないことも重要である。このようにトランスログ費用関数は，分析方法として重要な位置を占めるようになったが，生産，費用関数の発展のもとで確立されている。そこでコブ・ダグラス生産関数から順次見ていきたい。

第 2 章　生産関数

2.1　コブ・ダクラス生産関数

まず企業の生産活動は以下のような生産関数で表現される。

$$y = f(x_1, x_2. \ldots x_n) \tag{2.1}$$

ここで y は産出量，x_i は，第 i 投入要素である。

生産関数は，労働・資本・エネルギーなどの生産要素を投入することにより生産物が生産されるという構造になっている。生産関数は，一つの企業，一つの国の生産構造を把握するために重要なものといえる。生産関数は，戦前に Cobb と Douglas によって，適用が提唱された Cobb-Douglas 生産関数がある。

Cobb-Douglas 生産関数は，以下のように書ける。

$$y = A\prod_{i}^{n} x_i^{\alpha_i} \tag{2.2}$$

２変数の場合は，

$$y = Ax_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2} \tag{2.3}$$

ここで，A，α_i は，パラメータである。この生産関数は，両辺の対数をとることによって，線形になる。したがって推定は容易である。そうした点からコブ・ダグラスの関数形は現代の経済分析において理論，実証両分析において最も採用されている関数形の一つである。しかしながら生産要素の数が増加して，推定すべきパラメータが多くなると多重共線性により推定は困難になる。この生産関数を使用して経済学的に意味のある指標が得られる。一つは推定されたパラメータから各生産要素の生産物に対する弾力性が得られる。また規模の経済性や各種の生産性が得られる。

この生産関数は，取り扱いの容易さと生産関数の直感的な経済学的な意味の容易さから極めて多くの状況で使用されてきた。しかしながらこの生産関数は，生産要素間の代替の弾力性の値が常に１である。また得られる指標の値に関しても，成長率に関するもの以外は，観測期間で，一つの値しか得られない。したがってそうした制約を緩和した生産関数が必要となる。

ここで$0<\alpha_i<1$は，パラメータの制約である。この Cobb-Douglas 生産関数の限界生産性（MP_i）は，以下のように表せる。

$$MP_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \alpha_1 \frac{y}{x_1} \tag{2.4}$$

この値は，正である必要がある。

このとき限界変形率（MRT）は，次のようになる。

$$\frac{MP_1}{MP_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\frac{x_2}{x_1} = \frac{w_1}{w_2} \tag{2.5}$$

したがってホモセティックである。ここで w_i は要素価格をあらわす。

生産関数は，原点に対して convex である。したがって２階の条件は，以下のようになる。

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} = -\frac{\alpha_1(1-\alpha_1)y}{x_1^2} < 0 \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_1 x_2} = \alpha_1\alpha_2\frac{y}{x_1 x_2} > 0 \tag{2.7}$$

$$|H_2| = (1-\alpha_1-\alpha_2)\frac{\alpha_1\alpha_2 y^2}{x_1^2 x_2^2} > 0 \tag{2.8}$$

生産関数の代替の弾力性 σ は，一般的には以下のように書ける。

$$\sigma = \frac{d\log(x_1/x_2)}{d\log(w_2/w_1)} \tag{2.9}$$

Cobb-Douglas 生産関数の代替の弾力性は，次のようになる。

$$\sigma = \frac{d(x_1/x_2)}{d(w_2/w_1)}\frac{w_2/w_1}{x_1/x_2} = \frac{\alpha_2/\alpha_1}{\alpha_2/\alpha_1} = 1 \tag{2.10}$$

したがって Cobb-Douglas 生産関数は，その関数型が簡便であるが，代替の弾力性に関しては大

きな制限がある。また投入要素間の代替の弾力性が，真の値として１に近くない場合には，特定化の誤りをおかす可能性がある。

2.2　CES 生産関数

60年代に入って，Arrow，Chenery，Minhas and Solow らによって，CES 生産関数が提案された。CES 生産関数は，以下のように書ける。

$$y=\gamma\left[\sum_i \delta_i x_i^{-\rho}\right]^{-\frac{1}{\rho}} \tag{2.11}$$

ここで γ は，効率パラメータ，δ は，分配パラメータ，$\gamma>0$，ρ は，代替パラメータ $0<\rho<1$ である。

２変数の場合は，以下のようになる。

$$y=\gamma\left[\delta x_1^{-\rho}+(1-\delta)x_2^{-\rho}\right]^{-\frac{1}{\rho}} \tag{2.12}$$

この生産関数は，Cobb-Douglas 生産関数と比べると複雑な関数形をしている。しかしながらこの関数では，Cobb-Douglas 生産関数では，代替の弾力性の値が，常に１であったが，今度は１である必要はなくなった。そこで Cobb-Douglas 生産関数のときと同様にいろいろな分野に適用がなされた。代替の弾力性に関しては，１でない値が得られることになり，大きな貢献になった。しかしこの関数形にも，やはり欠点があった。得られる使用の値に関して，成長率に関するもの以外は，観測期間で，一つの値しか得られない。また生産要素が２つの場合は問題がないが，３以上になると推定が困難になってしまうことである。

この CES 生産関数の限界生産性は，以下のように表せる。

$$MP_1=\frac{\delta}{\gamma^{\rho}}y^{1+\rho}x_1^{-(1+\rho)}=w_1 \tag{2.13}$$

この値は，正である必要がある。

このとき限界変形率（MRT）は，次のようになる。

$$MRTS=\frac{MP_1}{MP_2}=\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{(1+\rho)}=\frac{w_1}{w_2} \tag{2.14}$$

したがって，ホモセティックである。

生産関数は，原点に対して convex である。したがって２階の条件は，以下のようになる。

$$\frac{\partial y^2}{\partial x_1^2}=\frac{1+\rho}{y}MP_1\frac{MP_1x_1-y}{x_1}<0 \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_1\partial x_2}=\frac{1+\rho}{y}MP_1MP_2<0 \tag{2.16}$$

$$|\overline{H_2}|=\frac{1+\rho}{y}MP_1MP_2(MP_1AP_2+MP_2AP_1)>0 \tag{2.17}$$

また生産関数の代替の弾力性は，以下のように書ける。

$$\sigma=\frac{d\,(x_1/x_2)}{d\,(w_2/w_1)}\frac{w_2/w_1}{x_1/x_2} \tag{2.18}$$

CES 生産関数の代替の弾力性は，次のようになる。

$$\sigma=\frac{1}{1+\rho} \tag{2.19}$$

このように，Cobb-Douglas 生産関数と異なり，１でなく自由な値がとれることになった。しかしながら，観測値に対して代替の弾力性の値は一つしか計測されない。通常，時間的な変化やクロスセクション的な変化に対して投入要素の投入は変化していくことが考えられるため，制限的である。

2.3　トランスログ生産関数

Cobb-Douglas 生産関数と CES 生産関数は，簡便な関数形から多くの理論，実証分析で適用されている。しかしながらどちらもホモセティックであるが先験的にはそうでない可能性もある。代替の弾力性は，財の間で同じであるのは制限的である。そこでより非制限的な関数形が Christensen，Jorgenson，Lau らによって提案された。

トランスログ生産関数は，以下のように書ける。

$$\ln y=\ln\alpha_0+\sum_i\alpha_i\ln x_i+\frac{1}{2}\sum_i\sum_j\beta_{ij}\ln x_i\ln x_j \tag{2.20}$$

ここで α，β は，パラメータである。トランスログの関数形は形式的には，Cobb-Douglas の関数形に２次の項が加わった関数形である。

限界生産性は，以下のように表せる。

$$MP_i=\frac{\partial y}{\partial x_i}=\frac{y}{x_i}(\alpha_i+\sum_j\beta_{ij}\ln x_j)>0 \tag{2.21}$$

限界生産性は正である必要がある。

シェアは以下のように書ける。

$$S_i(=\alpha_i+\sum_j\beta_{ij}\ln x_j)=f_i\frac{x_i}{y}=\frac{w_i}{p}\frac{x_i}{y} \tag{2.22}$$

シェアも正である必要がある。

生産関数の２階の条件は以下のようになる。

$$f_{ii}=\frac{y}{x_i^2}[\beta_{ii}+S_i(S_i-1)]<0 \tag{2.23}$$

$$f_{ij}=\frac{y}{x_ix_j}[\beta_{ij}+S_iS_j]>0 \tag{2.24}$$

$f_{ii}=\partial^2y/\partial x_i^2$ $f_{ij}=\partial^2y/\partial x_ix_j$

$$|\overline{H_2}|=\frac{y^3}{x_1^2x_2^2}[S_1^2(S_2-\beta_{22}+2\beta_{12}S_1S_2+S_2^2(S_1-\beta_{11})]>0 \tag{2.25}$$

トランスログ生産関数が，１次同次であるためには，

$$\sum_i \alpha = 1, \sum_i \beta_{ij} = \sum_j \beta_{ij} = 0 \tag{2.26}$$

である必要がある。トランスログ生産関数は用いられることもあるが，関数形がより複雑なため生産関数を単一方程式として推定することに困難さがある。したがってトランスログ関数はむしろ費用関数で用いられる。

第３章　費用関数

こうした生産関数によるモデルの作成を経て，理論的にはパラメータの推定が可能である。したがって生産関数のままで推定することも問題はないが，実際には，価格のデータに比べて数量のデータは変動が大きく，安定したパラメータを推定することが難しい場合が多い。また生産関数のみの単一方程式では，パラメータが多くなると多重共線性により，推定結果がうまく得られないことも多い。

70年代に入るとトランスログ関数のように以前の生産関数の欠点を補う関数形の考案が必要になった。またこの時代には，ミクロ経済学でも発展があった。2000年にノーベル経済学賞を受賞した McFadden，また Diewert らによって Duality に関しての進展があった。Duality は，従来の経済分析では，生産関数の分析，利潤最大化の分析，消費者の効用最大化の分析が中心であったが，価格の情報をうまく使って，いわば分析に工夫をして，裏側からの分析をおこなったことによる。そこで duality を利用して，費用関数を定義することにより，費用関数と要素需要関数によりパラメータを推定することが提唱された。

生産関数の分析は，その目的は，生産要素の生産物に対する弾力性の計測・生産性の計測・規模の経済性の計測・代替の弾力性の計測であった。したがって計測の方法は，生産関数を直接推定することにこだわる必要はない。また生産要素の生産物の関係形は，データとしては変動が大きく，安定的な推定が困難であるという問題がつきまとっている。Duality によるアプローチは，そうした点を回避している。

Duality によるアプローチでは，以下の費用最小化行動を前提とする。今，費用を，

$$C = \sum_i w_i x_i \tag{3.1}$$

と定義する。このとき費用最小化問題は，以下のようになる。

$$min\,[\sum_i w_i x_i] \tag{3.2}$$

$$s.t.\ y = f(x_1, x_2. \dots x_n) \tag{3.3}$$

この問題からわれわれは，以下の要素需要関数を得る。

$$x_i = x_i(w_1, w_2. \dots, w_n, y) \tag{3.4}$$

この要素需要関数を，費用に代入すると，

$$c(w_1, w_2, \ldots, w_n, y) = \sum_i w_i x_i(w_1, w_2, \ldots, w_n, y) \tag{3.5}$$

よって

$$c = c(w_1, w_2, \ldots, w_n, y) \tag{3.6}$$

と書ける。この費用関数の性質は，以下のようになる。

(i) C は，w_i に関して 1 次同次，

(ii) 所与の $w_i > 0$ について，$y' > y \Rightarrow C(w_i', y') > C(w_i, y)$

(iii) $w_1' > w_1$，$w_2' > w_2 \Rightarrow C(w_i', y) > C(w_i, y)$

(iv) C は，w_1，$w_2 \ldots\ldots w_n$ に関して凹関数。

このようにして，(3.6) 式は一般形なためこのままでは，実証分析に使用が不可能なためなんらかの関数形を適用して，統計的な推定が可能なモデルにする必要がある。もともと生産関数の推定上の問題も費用関数の開発には存在するため，すでに存在している生産関数の関数形が元となり費用関数の分析がおこなわれる。

3.1 Cobb-Douglas 費用関数

Cobb-Douglas 費用関数は，以下のように書ける。

$$\ln C = \ln a + \sum_i \alpha_i \ln w_i + \ln y \tag{3.7}$$

この Cobb-Douglas 費用関数は，費用関数から定義することができるが，本質的には，生産関数を Cobb-Douglas 生産関数にし，費用最小化をすることにより求めることができる。したがってパラメータは完全に生産関数と費用関数で convert 可能である。

Sheperd の lemma によって，要素需要は以下のようになり，シェアで表される。さらにシェアは，パラメータである。

$$\frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_i} = \frac{\partial C}{\partial w_i}\frac{w_i}{C} = \frac{x_i w_i}{C} = S_i = \alpha_i \tag{3.8}$$

Allen-Uzawa の代替の偏弾力性は，以下のように定義できる。

$$\sigma_{ij} = \frac{C(\partial^2 C / \partial w_i \partial w_j)}{(\partial C / \partial w_i)(\partial C / \partial w_j)} \tag{3.9}$$

$$\sigma_{ii} = \frac{C(\partial^2 C / \partial w_i^2)}{(\partial C / \partial w_i)(\partial C / \partial w_i)} \tag{3.10}$$

費用の微分は以下のような結果になる。

$$\frac{\partial C}{\partial w_i} = \alpha_i \frac{C}{w_i} \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial w_i^2} = \alpha_i \frac{(\alpha_i - 1) C}{w_i^2} \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial w_i w_j} = \alpha_i \alpha_j \frac{C}{w_i w_j} \tag{3.13}$$

よって自己の代替の弾力性は以下のようになる。

$$\sigma_{ii}=-\frac{1-\alpha_i}{\alpha_i} \tag{3.14}$$

さらに，交差偏弾力性は，以下のようになる。

$$\sigma_{ij}=1 \tag{3.15}$$

したがって生産関数の場合と同様である。

Cobb-Douglas 費用関数は，費用関数だけでも推定が十分可能であり，使用が容易である。しかしながら Cobb-Douglas 費用関数はそれほど適用されているわけではない。Cobb-Douglas 生産関数は，対数線型になることから実証分析では最も多く使用されているが，費用関数では，もし価格のデータが利用可能であれば，Cobb-Douglas 費用関数ではなく，より情報量を含んだ関数形での分析が可能になるためであろう。

3.2　CES 費用関数

CES 費用関数は，CES 生産関数のように以下のように書ける。

$$C=A\left(\sum_i b_i w_i^{-\sigma}\right)^{\frac{1}{1-\sigma}} y \tag{3.16}$$

ここで，A，b，σ は，パラメータである。この CES 費用関数は，費用関数から定義するが，生産関数を CES 関数に特定化して，費用最小化しても同様に求められる。

１階，２階の微分は以下のようになる。

$$\frac{\partial C}{\partial w_i}=b_i w_i^{-\sigma}\left(\sum_i b_i w_i^{1-\sigma}\right)^{-1} C \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial w_i w_j}=\sigma\left(\sum_k b_k w_k^{1-\sigma}\right)^{-2} C \prod_k b_k w_k^{-\sigma} \tag{3.18}$$

また次の，要素シェア関数が書ける。

$$\frac{\partial C}{\partial w_i}\frac{w_i}{C}=S_i=\frac{b_i w_i^{1-\sigma}}{\sum_j b_j w_j^{1-\sigma}} \tag{3.19}$$

代替の弾力性は，以下のようになる。

$$\sigma_{ij}=\sigma \tag{3.20}$$

したがって代替の弾力性の値は，一定であり，生産関数の場合と同じである。

CES 費用関数は，代替の弾力性を計測できるため使われるが，費用関数のみの単一方程式で推定できるため簡便ではあるが，やはり Cobb-Douglas 費用関数と同様に，費用のデータがあればもっと一般的な費用関数が推定できるためそれほど発展していない。以下のようなトランスログ関数が費用関数ではより用いられる。

3.3　トランスログ費用関数

トランスログ費用関数は，関数形はトランスログ生産関数と同様であるが，パラメータ間に制約が存在している。トランスログ費用関数は以下のように書ける。

$$\ln C=\alpha_0+\sum_i \alpha_i \ln w_i+\frac{1}{2}\sum_i\sum_j \beta_{ij} \ln w_i \ln w_j \qquad (3.21)$$
$$+\sum_i \beta_{iy} \ln w_i \ln y+\alpha_y \ln y+\frac{1}{2}\beta_{yy} y^2$$

このとき，ホモセティックであれば $\beta_{iy}=0$ である。また規模に関して収穫一定であれば $\alpha_y=1$，$\beta_{yy}=\beta_{iy}=0$ である。なお価格に関しては先験的に一次同次になるように制約を付けて推定される。

費用の要素価格弾力性は，以下のようになる。

$$\frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_i}=x_i\frac{w_i}{C} \qquad (3.22)$$

また Shephard の lemma により，要素需要は，以下のようになる。

$$\frac{w_i}{C}=x_i \qquad (3.23)$$

そこで，シェア方程式は，以下のように書ける。

$$S_i=\alpha_0+\sum_j \beta_{ij} \ln w_j+\beta_{iy} \ln y \qquad (3.24)$$

また $\sum_i S_i=1$ であり，

要素価格に関しての一次同次から，

$$\sum_i \alpha_i=1,\ \sum_i \beta_{ij}=\sum_j \beta_{ij}=0,\ \sum_i \beta_{iy}=0 \qquad (3.25)$$

の制約が必要である。

推定に関しては，Cobb-Douglas や CES 関数とは異なり，（3.21）式の費用関数と（3.24）式の要素需要関数を表す，式のシェア方程式を連立して同次に推定する。推定方法は，分析の初期では SUR による推定，その後 3 段階最小自乗法，GMM 推定法が利用されている。

Allen-Uzawa の代替の偏弾力性は，以下のように定義できる。

$$\sigma_{ii}=\frac{C}{C_i}\frac{C_i}{C_i} \qquad (3.26)$$

$$\sigma_{ij}=\frac{C}{C_i}\frac{C_{ij}}{C_j} \qquad (3.27)$$

ここで，費用に関する微分は以下のようになる。

$$C_i=\frac{\partial C}{\partial w_i}=x_i=\frac{w_i}{C}S_i=\frac{C}{w_i}(\alpha_0+\sum_j \beta_{ij} \ln w_j+\beta_{iy} \ln y) \qquad (3.28)$$

$$C_{ii}=\frac{\partial^2 C}{\partial w_i^2}=\frac{\partial x_i}{\partial w_i}=\frac{(\beta_{ii}+S_i^2-S_i)\,C}{w_i^2} \tag{3.29}$$

$$C_{ij}=\frac{\partial^2 C}{\partial w_i w_j}=\frac{\partial x_i}{\partial w_j}=\frac{(\beta_{ij}+S_iS_j)\,C}{w_iw_j} \tag{3.30}$$

したがって Allen-Uzawa の代替の偏弾力性は以下のようになる，

$$\sigma_{ii}=\frac{\beta_{ii}+S_i(S_i-1)}{S_i^2} \tag{3.31}$$

$$\sigma_{ij}=1+\frac{\beta_{ij}}{S_iS_j} \tag{3.32}$$

また需要の自己価格弾力性，需要の交差価格弾力性は，以下のように書ける。

$$\eta_{ii}=\frac{\partial x_i}{\partial w_i}\frac{w_i}{x_i}=\sigma_{ii}S_i \tag{3.33}$$

$$\eta_{ij}=\frac{\partial x_i}{\partial w_j}\frac{w_j}{x_i}=\sigma_{ij}S_j \tag{3.34}$$

$$\eta_{ji}=\frac{\partial x_j}{\partial w_i}\frac{w_i}{x_j}=\sigma_{ij}S_i \tag{3.35}$$

こうした価格の影響に関する指標だけでなく，規模の経済性の指標や成長要因分解などがなされている。

3.4 一般化レオンチェフ費用関数

生産関数として，Cobb-Douglas や CES 関数と並んでトランスログ生産関数が出現する以前には，以下のようなレオンチェフェ型生産関数が取り上げられていた。

2 変数の場合として，

$$y=A\ min\,[x_1,x_2] \tag{3.36}$$

この場合，等量曲線は L 字型であった。Deiwert（1971）は，このレオンチェフ生産関数を一般化して，一般化レオンチェフ費用関数を紹介して，分析もおこなった。一般化レオンチェフ費用関数は以下のように書ける。

$$C=f(y)\sum_i\sum_j\beta_{ij}w_i^{0.5}\ w_j^{0.5} \tag{3.37}$$

もし $\beta_{ij}=0\,(i\neq j)$ であれば，レオンチェフ費用関数と同様になる。今，規模に関して収穫一定を仮定して，$f(y)=1$ とすると，Shephard の lemma から，要素需要は，以下のようになる。

$$\frac{x_i}{y}=\beta_{ii}+\beta_{ij}\frac{w_i^{0.5}}{w_j^{0.5}},\ (i\neq j) \tag{3.38}$$

そこで，シェア方程式は，以下のように書ける。

$$S_i=\frac{\beta_{ii}w_i+\beta_{ij}w_i^{0.5}\ \ w_j^{0.5}}{\sum_i\sum_j\beta_{ij}w_i^{0.5}\ \ w_j^{0.5}},\ (i\neq j) \tag{3.39}$$

推定に関しては，トランスログ費用関数と同様に，（3.37）式の費用関数と（3.38）式の要素需要関数を表す，２式を連立して同次に推定する。推定方法は，分析の初期ではSURによる推定，その後３段階最小自乗法，GMM推定法が利用されている。

Allen-Uzawaの代替の偏弾力性は，以下のように定義できる。

$$\sigma_{ii} = -\frac{1}{2\,S_i} + \frac{\beta_{ii} w_i}{2S_i^2 \sum_i \sum_j \beta_{ij} w_i^{0.5}\ w_j^{0.5}},\ (i \neq j) \tag{3.40}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\beta_{ij} w_i^{0.5}\ w_j^{0.5}}{2S_i S_j \sum_i \sum_j \beta_{ij} w_i^{0.5}\ w_j^{0.5}},\ (i \neq j) \tag{3.41}$$

この一般化レオンチェフ費用関数は，DiewertやWoodlandらが適用したため多分野において分析例が蓄積された。しかしながらこの費用関数がより一般的になったのは，Morisson（1988）からMorrisonがこの一般化レオンチェフ費用関数を準固定要素が加わる関数形に拡張し，可変費用関数の分析をおこなったことによる。したがってこの一般化レオンチェフ費用関数は，準固定要素を含んだ可変費用関数に拡張されるための基礎と言うこともできる。

こうした費用関数は，産業組織論，金融論，農業経済論等の極めて広い分野で適用され実証分析がおこなわれた。関数形としては，このほかに一般化マクファデン費用関数がやはりDeiwertによって提唱されていおり，またフーリエ展開を利用した費用関数も適用例は少ないが現れている。こうした費用関数は，生産要素がすべて完全に調整されているという長期のモデルであり，長期費用関数といえる。それに対して投入要素のすべてが完全に調整されているという想定は現実的ではないとする見方もある。そこで資本の調整を考慮した費用関数が現れて適用されるようになった。

第４章　動学モデル

4.1　固定要素モデル

ここでは，資本の調整を考慮した費用関数を紹介する。調整に関してその調整過程を特定化している場合とそうでない場合について分けて紹介される。まず特定の調整過程を考慮していない場合について論じていこう。

今，固定要素が存在するとして，$\bar{x}_i$を固定要素とする。総費用 TC は，

$$TC = \sum_{i=1}^{j} w_i x_i + \sum_{i=j+1}^{n} w_i \bar{x}_i, \tag{4.1}$$

と定義する。このとき費用最小化問題は，以下のようになる。

$$min\,[\sum_{i=1}^{j} w_i x_i + \sum_{i=j+1}^{n} w_i \bar{x}_i] \tag{4.2}$$

$$s.t.\, y = f(x_1, x_2 .\,.\,.\,.\, x_j, \bar{x}_{j+1}, .\,.\,.\,.\, \bar{x}_n) \tag{4.3}$$

この問題からわれわれは，以下の短期要素需要関数を得る。

$$x_i = x_i(w_1, w_2 .\,.\,.\, w_j, \bar{x}_1, \bar{x}_2 .\,.\,.\,.\, \bar{x}_{n-j}, y) \tag{4.4}$$

この要素需要関数を，総費用関数に代入すると，短期費用関数（可変費用関数）VC が得られる。

$$VC = VC(w_1, w_2 \ldots w_j, \bar{x}_1, \bar{x}_2 \ldots \bar{x}_{n-j}, y) \tag{4.5}$$

そこで総費用関数は，

$$TC(w_1, w_2 \ldots w_j, \bar{x}_1 \ldots \bar{x}_{n-j}, y) = VC(w_1, w_2 \ldots w_j, \bar{x}_1, \bar{x}_2 \ldots \bar{x}_{j-n}, y) + \sum_{=1}^{j-n} w_i \bar{x}_i \tag{4.6}$$

とかける。ここで，右辺第１項は，可変費用であり，第２項は，固定費用である。この総費用関数で固定生産要素について最適化することは，固定生産要素の調整が修了することを意味する。そこで式の総費用関数を以下のように，

$$\frac{\partial TC(w_1, w_2 \ldots, , \bar{x}_1, y)}{\partial \bar{x}_1} = \frac{\partial VC(w_1, w_2 \ldots, , \bar{x}_1, y)}{\partial \bar{x}_1} + w_{j+1}, \tag{4.7}$$

固定生産要素 $\bar{x}_1$について最適化しよう。すると得られるのは，固定要素に対する以下の要素需要関数である。

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_1(w_1, w_2 \ldots w_j, w_{j+1}, y) \tag{4.8}$$

この要素需要関数を短期の可変費用関数に代入すると，以下の長期の費用関数が得られる。

$$LC = LC(w_1, w_2 \ldots w_j, w_{j+1}, y) \tag{4.9}$$

このように短期の可変費用関数と長期の費用関数には関係が存在する。

4.1.1　トランスログ可変費用関数

ここでは，可変費用関数について紹介する。トランスログ可変費用関数は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}\ln C = {} & \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \ln w_i + \frac{1}{2}\sum_i\sum_j \beta_{ij} \ln w_i \ln w_j + \sum_i \beta_{iy} \ln w_i \ln y + \alpha_y \ln y \\ & + \frac{1}{2}\beta_{yy} \ln y^2 + \sum_i \gamma_i \ln \bar{x}_i + \frac{1}{2}\gamma_{ii} \ln \bar{x}_i^2 + \sum_i\sum_j \delta_{ij} \ln w_i \ln \bar{x}_j + \sum_i \gamma_{iy} \ln \bar{x}_i \ln y \\ & + \sum_i\sum_j \delta_{ij} \ln \bar{x}_i \ln \bar{x}_0\end{aligned} \tag{4.10}$$

このとき，homothetic であれば $\beta_{iy}=0$である。また homogeneous であれば $\alpha_y=1$，$\beta_{yy}=\beta_{iy}=0$であり，separability の条件は $\beta_{ij}=0$である。

また Shephard の lemma により，要素需要は，以下のようになる。

$$\frac{w_i}{C} = x_i \tag{4.11}$$

そこで，シェア方程式は，以下のように書ける。

$$S_i = \alpha_i + \sum_j \beta_{ij} \ln w_j + \beta_{iy} \ln y + \sum_i \delta_{ij} \ln \bar{x}_i \tag{4.12}$$

また$\sum_i S_i=1$であり，

$$\sum_i \alpha_i=1, \sum_i \beta_{ij}=0, \sum_y \beta_{iy'}=0, \sum_j \beta_{iy}=0, \sum_i \delta_{ij}=0 \tag{4.13}$$

の制約が必要である。固定要素の存在するモデルでは存在しない長期のモデルに比べて以下の固定要素の費用に関する弾力性の値を計測することができる。

$$\frac{\ln VC}{\ln \bar{x}}=\sum_i \alpha_i+\gamma_{ii} \ln \bar{x}_i+\sum_i \delta_{ij} \ln w_i+\beta_{iy} \ln y+\sum_j \delta_{ij} \ln \bar{x}_j \tag{4.14}$$

そこで一般的な資本ストック，社会資本ストック，IT 資本ストック，R&D 資本ストックなどの固定要素のインパクトが得られることになる。さらに可変費用関数と総費用関数の関係を式のように用いれば，最適なストックの値が求められる。

$$\frac{\partial VC(w_1, w_2. \ldots, \bar{x}_1, y)}{\bar{x}_1}+w_{j+1}=0, \tag{4.15}$$

上式がえられるため，この式を$\bar{x}_1$について解けば最適な$\bar{x}_1$の値を得られる。その最適な値と現実の値を用いれば，ストックの稼働率などが求められる。したがって長期の費用関数よりも有用である可能性がある。さらに長期の費用関数は短期の費用関数の特殊形であるためより一般的な分析が可能になる。

4.1.2　一般化レオンチェフ可変費用関数

一般化レオンチェフ可変費用関数 G は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} G=&Y[\sum_i\sum_j \alpha_{ij} p_i^{0.5} p_j^{0.5}+\sum_i \alpha_{it} p_i t^{0.5}+\sum_i \beta_{it} p_i t] \\ &+Y^{0.5}[\sum_i\sum_j \alpha_{ik} p_i \bar{x}^{0.5}+2\sum_i p_i \sum_j \beta_{jk} t^{0.5} \bar{x}^{0.5}] \\ &+\sum_i p_i \bar{x} \end{aligned} \tag{4.16}$$

この一般化レオンチェフ可変費用関数は，(4.16) 式の 2 行目，3 行目に固定要素が含められている。そこで長期にはこの 2 行目，3 行目はなくなり，1 行目の要素価格と時間に関する項だけになる。なおこの一般化レオンチェフ可変費用関数にはすでに規模に対して収穫一定の制約が含められている。この一般化レオンチェフ可変費用関数を使用するのは，最適な固定要素の値を求めるときに，その式が線型になり求めることが容易になるからである。トランスログ可変費用関数では，通常は最適地を解析的に求めることはできないからである。

4.2　調整過程を考慮したモデル

可変費用は，

$$VC=VC(w_1, w_2 \ldots w_j, \bar{x}_1, \bar{x}_2. \ldots, \bar{x}_{n-j}, y) \tag{4.17}$$

のように書ける。簡単化のため可変要素の数を 2，固定要素の数を 1 に限定すると，

$$VC = VC(w_1, w_2, \bar{x}, y) \tag{4.18}$$

と書ける。固定要素に関してストックとフローの関係を以下のように表す。

$$I(t) = \bar{x}(t) - (1-\delta)\bar{x}(t-1) \tag{4.19}$$

ここで I はフローの変数，資本に関する場合であれば投資。なお δ はストックの減耗率である。

固定要素の調整コストを

$$AC = AC(I(t)) \tag{4.20}$$

のように調整コスト関数（AC）として定義する。すると代表的企業の，将来にわたる費用の割引現在価値は，

$$C(t+j) = \sum_{j=0}^{\infty} B^j [VC(w_1(t+j), w_2(t+j), \bar{x}(t+j), y(t+j)) + w_x(t+j)\bar{x}(t+j)$$

$$+AC(I(t+j))] \tag{4.21}$$

と書ける。ここで B は，割引率である。最適化すると，

$$\frac{\partial VC(t)}{\partial w_1(t)} = x_1(t) \tag{4.22}$$

$$\frac{\partial VC(t)}{\partial w_2(t)} = x_2(t) \tag{4.23}$$

となる。

固定要素について最適化すると，

$$\frac{\partial VC(t)}{\partial \bar{x}(t)} = w_x(t) + \frac{\partial AC(t)}{\partial \bar{x}(t)} + B\frac{\partial AC(t+1)}{\partial \bar{x}(t)} \tag{4.24}$$

となる。

トランスログ費用関数では，費用関数は以下のように書ける。

$$\ln VC = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \ln w_i + \frac{1}{2}\sum_i\sum_j \beta_{ij} \ln w_i \ln w_j + \beta_{iy} \ln w_i \ln y + \alpha_y \ln y$$

$$+\frac{1}{2}\beta_{yy} \ln y^2 + \gamma_x \ln\bar{x} + \gamma_{xx} \ln\bar{x} \ln\bar{x} + \sum_i \beta_{ix} \ln w_i \ln\bar{x} + \beta_{xy} \ln\bar{x} \ln y$$

調整費用関数を，次の 2 次に特定化する。

$$AC(t) = \frac{1}{2}(\ln I(t) - \ln I(t-1))^2 \tag{4.25}$$

可変要素に関しては，静学的なときと同じ要素需要関数が得られ，固定要素に関して要素需要関数は，以下のようになる。

$$-w_x(t) = \alpha_x(t) + \beta_{xx}\ln\bar{x}(t) + \sum_i \beta_{ix}\ln w_i(t) + \beta_{xy}\ln y(t)$$
$$+(\ln I(t) - \ln I(t-1)) + B(\ln I(t+1) - \ln I(t)) \quad (4.26)$$

このモデルはいわゆるDynamic Factor Demandモデルといわれているものである。このモデルは投資関数をモデル化できている。調整についても固定要素モデルが瞬時の調整を考えていたのに対して，調整過程を陽表化している。なおここでは費用関数をトランスログ関数に特定化しているが，一般化レオチェフに特定化している場合もある。

4.3　投資関数

この節では，前節での静学的なフレームワークから，時間的な要素を考慮した動学的な構造を考える。代表的な企業は，研究開発への投資を決定するが，研究開発は，今期の支出であったとしても今期でなくなるわけではなく，その企業，または研究プロジェクト，研究員になんらかの形で残っていくと考えられる。したがって研究開発支出は，支出ではあるが，むしろ投資と考えられる。また投資と考えれば，研究開発の投資とその投資が蓄積された結果できた，研究開発資本が存在する。したがって企業は研究開発投資を，今期から将来の期まで考慮して，決定する。そこで以下のBellman方程式を定義することができる。

$$V_t(K_{t-1}) = max_{It}\pi_t(K_t, I_t) + \beta_{t+1}E_t[V_{t+1}(K_t)] \quad (4.27)$$

研究開発投資I_tと研究開発資本K_tには，以下のような関係がある。

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t \quad (4.28)$$

研究開発投資，研究開発資本について以下の条件が得られる。

$$-\frac{\partial \pi_t}{\partial I_t} = \lambda_t \quad (4.29)$$

ここでλは，資本のシャドープライスを表す。以下のようにも書ける。

$$\lambda_t = \frac{\partial \pi_t}{\partial K_t} + (1-\delta)\beta_{t+1}E_t[\lambda_{t+1}] \quad (4.30)$$

次に以下のように利潤関数を特定化する。

$$\pi_t(k_t, I_t) = p_t f(K_t) - G(I_t, K_t) - pk_t I_t \quad (4.31)$$

すると，研究開発投資に関して以下が得られる。

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial I_t} = -p_t\frac{\partial G_t}{\partial I_t} - pk_t \quad (4.32)$$

また以下のように書ける。

$$\frac{\partial G_t}{\partial I_t} = \left(\frac{\lambda_t}{pk_t} - \frac{pk_t}{p_t}\right) = (q_t - 1)\frac{pk_t}{p_t} \quad (4.33)$$

さらに以下のように書くこともできる。

$$\lambda_t = E_t[\sum_{s=0}^{\infty}(1-\delta)\beta_{t+s}(\frac{\partial \pi_{t+s}}{\partial K_{t+s}})] \tag{4.34}$$

この式は，資本のシャドープライスが資本の限界収入の将来にわたる割引現在価値であることを表しており，限界の q と考えられる。設備投資との関連では，調整費用関数を次のように特定化する。

$$G(I_t, K_t) = \frac{b}{2}[(\frac{I_t}{K_T}) - a]^2 K_t \tag{4.35}$$

a，b はパラメータである。すると（4.33）から以下の投資関数が得られる。

$$\frac{I_t}{K_T} = a + \frac{1}{b}[(q_t - 1)\frac{pk_t}{p_t}] \tag{4.36}$$

これが，q の投資関数である。q の投資関数は，このアプローチは，Hayashi（1982）であるが，その他にもいくつかのアプローチの方法がある。

ところで（4.29）式と（4.30）式から以下の式が得られる。

$$(1-\delta)\lambda K_{t-1} = \pi_t(K_t, I_t) + \beta_{t-1}E_t[(1-\delta)\lambda_{t+1}K_t] \tag{4.37}$$

次のようにも表すことができる。

$$(1-\delta)\lambda K_{t-1} = E_t[\sum_{s=0}^{\infty}\beta_{t+s}\pi_{t+s}(K_{t+s}, I_{t+s})] \tag{4.38}$$

そこで以下のように q_t，V_t を表現することができる。

$$q_t = \frac{V_t}{(1-\delta)pk_t K_{t-1}} \tag{4.39}$$

これはトービンの平均の q を表している。

また，Abel（1980）のように利潤関数から，投資関数導くことができる。（4.29）と（4.30）式から以下が得られる。

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial I_t} = -(1-\delta)\beta_{t+1}E_t[\frac{\partial \pi_{t+1}}{\partial I_{t+1}}] + \frac{\partial \pi_t}{\partial K_t} \tag{4.40}$$

これは，以下のように書き換えられる。

$$\frac{\partial G_t}{\partial I_t} = E_t[\psi_{t+1}\frac{\partial G_{t+1}}{\partial I_{t+1}}] + [\frac{\partial F_t}{\partial K_t} - \frac{\partial G_t}{\partial K_t} - \frac{r}{p}] \tag{4.41}$$

最終的に以下の投資関数が得られる。

$$\frac{I_t}{K_t} = a[(1 - E_t(\psi_{t+1})] + E_t[\psi\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}} + \frac{1}{b}(\frac{\partial F_t}{\partial K_t} - \frac{\partial G_t}{\partial K_t} - \frac{r}{p})] \tag{4.42}$$

関連図書

［1］ 北坂真一．「動学的生産要素システムの推定―わが国鉄鋼業の場合―」『季刊理論経済学』43（1992）：165–176.

［2］ 清野一治．『規制と競争の経済学』東京大学出版会，1993.

［3］ 新庄浩二，張星源．「情報化資本ストックの生産性効果の分析：日米比較」Kobe University Discussion Paper No. 9811，1998.

［4］ 鈴木和志．『設備投資と金融市場』東京大学出版会，2001.

［5］ 中西泰夫．「トランスログ費用関数による実証分析」『専修経済学論集』37（2002）77–98.

［6］ 真殿誠史，中西泰夫．「本邦電気事業における設備投資行動の分析」『電力中央研究所研究報告』Y90013（1991）.

［7］ 真殿誠史，中西泰夫，根本二郎．「我が国電気事業における設備投資行動のシミュレーション分析」『日本経済研究』23（1992）116–127.

［8］ Arrow, K., Chenery, H., Minhas, B. and Solow, R. "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency." *Review of Economics and Statistics* 43（1961）：225–254.

［9］ Berndt, E. R. and Field, B., eds., *Modeling and Measurin Natural Resource substitution*, The MIT Press, 1981.

［10］ Berndt, E. and Hesse, D. "Measuring and Assessing Capacity Utilization in the Manufacturing Sectors of Nine OECD Countries." *European Econiomic Review* 30（1986）：961–989.

［11］ Berndt, E. R. and Christensen, L. R. "The Translog Function and the Substitution of Equipment, S tructures and Labor in U.S. Manufacturing 1929–68." *Journal of Econometrics* 1（1973）：81–113.

［12］ Berndt, E. R. and Morrison, C. J. "High-tech Capital Formation and Economic Performance in U.S. Manufacturing Industries An Exploratory Analysis." *Journal of Econometrics* 65（1995）：9–43.

［13］ Bernstein, J. "The Structure of Canadian Inter-Industry R&D Spillovers and the Rate of Return." *Journal of Industrial Economics* 37（1989）：315–328.

［14］ Bernstein, J. and Nadiri, I. "Interindustry R&D Spillovers, Rate of Return, and Production in High-Tech Industries." *American Economic Review* 78（1988）：429–434.

［15］ Bernstein, J. and Nadiri, I. "Research and Development and Intra-industry Spillovers: An Empirical Application of Dynamic Duality." *Review of Economic Studies* 56（1989）：249–269.

［16］ Bond, S. and Meghir, C. "Dynamic Investment Models and the Firm's Financial Policy." In *Review of Economic Studies* 61（1994）：197–222.

［17］ Bond, S. and Van Reenen, J. "Microeconometric models of investment and employment." In *Handbook of Econometrics* Heckman, J. and Leamer, E., eds., North Hollands, 2007.

［18］ Brown, R. and Christensen, L. "Estimating Elasticities of Substitution in a Model of Partial Static Equilibrium: An Application to U.S. Agriculture, 1947 to 1974." In *Modeling and Measuring Natural Resource Substitution* Berndt, E. and Field, C., eds., The MIT Press, 1981.

［19］ Cochrane, J. "Production-Based Asset Pricing and Link between Stock Returns and Economic Fluctuation." *Journal of Finance* 46（1991），209–237.

［20］ Cochrane, J. "Cross-Section Test of an Investment-Based Asset Pricing Model." *Journal of Political Economy*104（1996），572–621.

［21］ Christensen, L. A. and Greene, H. H. "Economies of Scale in U.S. Electric Power Generation." *Journal of Political Economy* 84（1976）：655–676.

［22］ Christensen, L. A. Jorgenson, D. W., and Lau, L. J. "Conjugate Duality and Transcendental Logarithmic Production Function." *Econometrica* 39（1971）：255–256.

［23］ Christensen, L. A. Jorgenson, D. W., and Lau, L. J. "Transcendental Logarithmic Production Function Frontiers." *Review of Economics and Statistics* 55（1976）：28–45.

［24］ Diewert, E. "Applications of Duality Theory." In *Frontiers of Quantitative Economics, vol*. 2. Intriligator,M. and Kendrics.D.,eds., Amsterdam: North-Holland, 1974.

［25］ Diewert, E. W. "Duality Approaches to Microeconomic Theory." In *Handbook of Mathmatical Economics, vo*1. 2. Arrow, K, and Intriligator, M., eds., Amsterdam: North-Holland, 1982.

[26] Diewert, E. and Wales, T. "Flexible Fuctional Forms and Global Curvature Conditions." *Econometrica* 55 (1987), 43-68.
[27] Epstein, L. and Denny, M. "The Multivariate Flexibility Accelerater Model: Its Empirical Restrictions and Application to U.S. Manufacturing." *Econometrica* 51 (1983): 647-674.
[28] Epstein, L. and Yatchew, A. "The Empirical Determination of Technology and Expectation: A Simple Procedure." *Journal of Econometrics* 27 (1985): 235-258.
[29] Fuss, M., MacFadden, D. and Cowing. T. eds., *A Dual Approach to Theory and Applications.* Amsterdam: North-Holland, 1978.
[30] Fuss, M. and Waverman, L. Productivity Growth in the Motor Vehicle Industry, 1970-1984: A Comparison of Canada, Japan, and the United States. In *Productivity Growth in Japan and United States and Japan*. Hulten, C. eds., Chicago, University of Chicago Press, 1990.
[31] Gollop, F. M. and Roberts, M. "The Source of Economic Growth." In *Productivity Measurement in Regulated Industries*. Cowing, T. and Stevenson, R. eds., New York: Academic Press, 1981.
[32] Halvorsen, R. and Smith, T. R.. "Substitution Possibilities for Unpriced Natural Resources: Restricted Cost Function for Canadian Metal Industry." *Review of Economics and Statistics* 68 (1986): 398-405.
[33] Hayashi, F. "Tobin's Marginal and Average q: A Neoclassical Interpretation." *Econometrica* 50 (1982): 213-224.
[34] Jorgenson, D. "Information Technology and the U.S. Economy." *American Economic Review* 91 (2001), 1-32.
[35] Kulatilaka, N. "Testing on the validity of Static Equilibrium Models." *Journal of Econometrics* 28 (1985): 253-268.
[36] Kuroda, Y. "The Production Structure and Demand for Labor in Postwar Japanese Agriculture." *American Journal of Agricultural Economics* 69 (1987): 328-337.
[37] Kuroda, Y. "Biased Technological Change and Factir Demand in Postwar Japanese A griculture, 1958-84." *Agricultural Economics* 2 (1988): 101-122.
[38] Kuroda, Y. "The Output Bias of Technological Change in Postwar Japanese Agriculture." *American Journal of Agricultural Economics* 70 (1988): 663-673.
[39] Lau, L. "Application of Profit Function." *A Dual Approach to Theory and Application.* Northflo11and, 1978.
[40] Madono, M., Nakanishi, Y and Nemoto, J. "Temporaly Equilibrium Model and Optimal Capital Stock: An Application to Japanese Electric Utilities." In *Energy System, Management and Economics* Nishikawa, Y. Kaya,Y. and Yamaji, K. eds., Progamon Press, 1990.
[41] Madono, M., Nemoto, J. and Nakanishi, Y. "Modeling Investment Behavior of Japanese Electric Utilities." Tezukayama University Discussion Paper Series No. F-089, 1994.
[42] McFadden, D. "Cost, Revenue and Profit Functions." In *Production Economics: A Dual Approach To Theory and Applications, vol*. 1. Fuss, M. and McFadden, D. eds., North-Holland, 1978a.
[43] Morrison, C. "Primal and Dual Capacity Utilization: An Application to Productivity Measurement in the U.S. Automobile Industry." *Journal of Business and Econolnic Statistics* 3 (1985): 312-324.
[44] Morrison, C. "Quasi-Fixed Inputs in U.S. and Japanese Manufacturing: A Generalized Leontief Restricted Cost Function Approach." *Review of Economics and Statistics* 70 (1988), 275-287.
[45] Morrison, C. "Assessing the Productivity of Information Technology Equipment in U.S. Manufacturing Industries." *Review of Economics and Statistics* 79 (1997), 471-481.
[46] Morrison, C. and Berndt, E. "Short-run Labor Productivity in a Dynamic Model." *Journal of Econometrics* 15 (1981): 339-365.
[47] Morrison, C. and Siegel, D. "External Capital Factors and Increasing Returns in U.S. Manufacturing." Review of Economics and Statistics 77 (1997), 647-654.
[48] Nadiri, I. and Mamuneas, T. "The Effect of Public Infrastructure and R&D Capital on the Cost Structure and Performance Of U.S. Manufacturing Industries." *Review of Economics and Statistics* 76 (1994): 22-37.

［49］ Nadiri, I. and Prucha, I. “Dynamic Factor Demand Models, Productivity Measurement, and Rate of Return : Theory and an Empirical Application to the U.S. Bell System.” NBER Working paper, No. 3041, 1989.

［50］ Nadiri, I. and Prucha, I. “Comparison and Analysis of Productivity Growth and R&D Investment in Electrical Machinery Industries of the United State and Japan.” In *Productivity Growth in Japan and United States and Japan.* Hulten.C. eds., Chicago, University of Chicago Press, 1990.

［51］ Nadiri, I. and Schankerman, M. “The Structure of Production, Tecchnological Change, and Rate of Growth of Total Factor Productivity in The U.S. Bell System.” In *Productivity Measurement in Regulated Industries*. Cowing, T. and Stevenson, R. eds., Academic Press, 1981.

［52］ Nadiri, I. and Schankerman, M. “Estimation of the Depreciation Rate of Physical and R&D Capital in the U.S. Total Manufacturing Sector.” *Economic Inquiry* 34（1996）：43–56.

［53］ Nakanishi, Y. “Dynamic Labour Demand Using Error Correction Model.” *Applied Economics* 33（2001）：783–790.

［54］ Nakanishi, Y. “Empirical Evidence of Inter-Industry R&D Spillover In Japan.” *Journal of Economic Research* 7（2002）：91–104.

［55］ Nakanishi, Y. “Employment and IT Capital in Japan.” *Applied Economics Letters* 9（2002）：865–867.

［56］ Nakanishi, Y. “Empirical Evidence of Externalities of IT Capital in Japan.” *Economics Bulletin* 15（2005）：1–11.

［57］ Nakanishi, Y. “The Optimality of R&D and Competition : Industry Evidence from Japan” *Empirical Economics Letters* 8（2009）：683–89.

［58］ Nakanishi, Y. “IT Capital and Economic Growth in Japan.” Munich Personal RePEc Archive No. 34178, 2011.

［59］ Nelson, R. “On the Measurement of Capacity Utilization.” *Journal of Industrial Economics* 37（1989）：273–286.

［60］ Nemoto, J., Kamata, K. and Kawamura, M. “Estmates of Optimal Public Capital Stock in Japan Using A Public Investment Discount Rate Framework.” *Empirical Economics* 24（1999）：693–710.

［61］ Nemoto, J., Nakanishi, Y. and Madono, S. “Scale Economies and Over-Capitalization in Japanese Electric Utilities.” *International Economic Review* 34（1993）：431–440.

［62］ Pindyck, R. and Rotemberg, I. “Dynalnic Factor Demands and the Effect of Energy Price Shock.” *American Economic Review* 73（1983a）：1066–1079.

［63］ Pindyck, R. and Rotemberg, I. “Dynalnic Factor Demands Under Rational Expectations.” *Scandinavian Economic Review* 85（1983b）：223–238.

［64］ Tobin, J. “A General Equilibriuln Model Approach to Monetary Theory.” *Journal of Money, Credit and Banking* 1（1969）：15–29.

［65］ Uzawa, H. “Production Function with Constant Elasticity of Substitution.” *Review of Economic Studie* 29（1982）：291–299.

［66］ Van Reenen, J. “Employment and Technological Innovation : Evidence from U.K. Manufacturing Firm.” *Journal of Labor Economics* 15（1997）：255–284.