Economic Bulletin of Senshu University
Vol. 47, No. 2, 1-23, 2012

技術革新と採用のタイミング*

中島　巖**

＜要約＞

いかなる生産技術も，それ自体固有の価値を有するものではない。配備された生産過程が生み出す収益に価値は依存する。賃金率が不変であるならば，生産物価格が収益の決定要因となる。生産物価格が確率過程にしたがって変動するとき，収益もまた，然りである。かかる情況の下で，Schumpeter が示唆する「待ち」の立場が意味をもってくる。

技術の採用に際して，その需要者たる企業には，採用を先送りする待機戦略と埋没費用たる採用費用の負担の上で採用を実行する即採用戦略の2通りの選択肢があり得るが，それら戦略の価値は生産物価格に依存してくる。待機戦略価値から即採用戦略の(純)価値を減じた差は，Keynes の流動性に準ずる融通性の価値とみなし得る。

まず，同一の新規技術について，次に，将来時点に出現し得るより高度な新規技術と現行の最良技術との間において，融通性価値が生産物価格の上昇につれて正の値から負の値に転ずる戦略転換が発生し得る。融通性価値がゼロとなる転換点は，待機戦略から即採用戦略への戦略転換を誘う最適閾値(転換価格)を与える。高度技術の到来の接近化，一層の高度化は，転換価格を上方に向かわせる。

JEL 区分：D21，D80，O30
キーワード：Schumpeter，融通性，最適閾値(転換価格)

序

生産性の成長の推進力を成す技術革新（innovation）の問題は，２つの側面をもつ。１つは，新技術の創造（creation）の速度に関するそれであり，もう１つは，新技術の採用（adoption）に関するそれである。前者は新技術に対する供給面であり，後者は需要面である。

新技術の需要者としての企業は，自らの支配の埒外にある技術進歩の推移に関する予測に基づい

＊　筆者は，山田節夫教授，櫻井宏二郎教授から，それぞれ『特許の実証経済分析』（東洋経済新報社），『市場の力と日本の労働経済』（東京大学出版会）の御恵与をたまわり，大いに啓発された。本稿は，その産物である。ここに記して深く感謝いたしたい。
＊＊専修大学経済学部教授

て，現行の利用可能最良技術を採用するか，あるいはその採用を先送りし，待機するかの二者択一型選択を強いられる立場に置かれる。

資本主義体制のあり方やその展開の動的過程を技術革新を中心に据えて見通すことを試みたSchumpeter は，それが生産単位費用の削減化を約束するからと言って新技術なら何でも即座に採用を図るのは企業にとって必ずしも得策とは言えないことを示唆した。新型生産機械といっても技術改良過程の鎖の１つの環に過ぎず，直ちに腐れることの方が多く，その都度蒙むる筈のキャピタル･ロスに目を瞑ってまでして鎖の環を追い駆けるのは到底得策とは言えず，真の問題は，企業がいずれの環に向かって行動を起こすべきかに存る，とするごとくである。解答は，大部分推測に拠っている検討事項間の妥協案の性質を帯びたものにならざるを得ないが，環の動静を見極めるためには，多少の待機行為もその方策の１つに入ってくることになろう，と Schumpeter〔24〕は結論づける。

伝統的な技術革新モデルは，そこで用いられる事実，仮定の定型化が著しく，市場の需要側と供給側の相互関係から目を逸らすものであった。まず，供給モデルの一方は，供給過程を１つの競争ゲームと捉え，供給側は発見までの所要時間，発見の規模についての結果が読めない中で研究投資を展開し，ゲームの勝者だけがその研究投資の成果を手中に収めるという形をとる。（例えば，Dasgupta＝Stiglitz〔５〕, Lee＝Wilde〔12〕, Loury〔13〕, Reinganum〔18〕,〔19〕等参照。）もう一方は，競争，独占，また寡占といった市場構造を研究水準に関連づけるという形をとる。（例えば，Kamien＝Schwartz〔11〕, Scherer〔23〕, Vickers〔25〕等参照。）技術革新の需要モデルは，問題を新技術採用の一回限りの決定のそれと捉え，採用のタイミング（timing of adoption）は，戦略的な問題として片づけられる。（例えば，Jensen〔９〕, Reinganum〔20〕等参照。）

しかるに，Mansfield〔16〕, Rosenberg〔21〕は，技術革新の歴史を展望する中で，大規模技術の採用に先立つ長期的遅延（long delay），全産業の採用までの遅速性（slow pace）に注目を促がした。さらに，Rosenberg〔22〕は，新技術の採用，不採用の主要決定要因を技術革新の将来的展開に関する期待（expectation），したがって不確実性（uncertainty）と特定した。Balcer＝Lippman〔１〕は，かかる期待が新技術の需要に果たす役割を解明すべく，多期間逐次的な技術革新と，一方の技術革新と次のそれとの間の時間的不定期性を導入し，上の期待が新技術の採用，不採用の決定に重要な役割を演ずることを示した。

我々の本稿の目的は，外部的開発になる革新技術に対する需要者としての企業の採用のあり方，採用タイミングを検討することにある。まず，次節では，革新技術の即時採用戦略と先送り待機戦略の意義を非可逆的採用費用の下での融通性の観点から概観した後に，革新技術に関する逐次的情報の利用可能性が採用タイミングにもたらす効果をみる。第２節では，確率過程にしたがう不確実性に支配される生産物価格の下で，革新技術の採用タイミングのあり方をみた後に，加えて，革新技術が Poisson ジャンプ過程にしたがうところでの採用戦略の転換（switching）の可能性をみる。最後に，若干の結論的言及がなされる筈である。

尚お，本稿は最終稿ではない。

第１節　離散型経済

1．革新技術の採用と融通性——予備的考察

本節では，離散型経済の枠組の中で，革新技術の即時採用戦略と採用先送りの待機戦略の選択のタイミングをみる。

本項では，予備的考察として，革新技術の需要者たる企業の生産物価格に２期間にまたがる不確実性が作用する情況の下で，融通性の観点から，革新技術の即時採用戦略と先送り待機戦略の意義と戦略の選択のタイミングをみる[1)]。

いま，企業が非可逆的，すなわち，回収不能な埋没費用としての採用費用の下で，革新技術の採用の可否の決定に直面しているものとする。

さて，採用費用 I での革新技術の採用によって，企業は，年当たり１単位の生産物を操業費用ゼロで永続的に生産し得るものとする。

いま，企業が生産する財の現在時点０における価格 p_0が，翌年以降 q の確率で $p_t^H=(1+u)p_0$，$1-q$ の確率で $p_t^L=(1-d)p_0$ へと変化するものとする。すなわち，

$$p_t=\begin{cases} p_t^H=(1+u)p_0 & \text{with probability} \quad q \\ p_t^L=(1-d)p_0 & \text{with probability} \quad 1-q \end{cases} \quad (t=1,2,\cdots) \tag{1}$$

がしたがう。(**図-1**参照。）ただし，$u>0$，$d>0$，$1+u>1-d$ である。このとき，将来価格に関する不確実性は完全に分散可能で，経済全体にまたがる組織的危険（systematic risk）とは関わりがないものとする。

$$\begin{array}{cccc} \underline{t=0} & \underline{t=1} & \underline{t=2} & \cdots\cdots \\ & p_1^H=(1+u)p_0 \rightarrow & p_2^H=(1+u)p_0 \rightarrow & \\ p_0 & & & \\ & p_1^L=(1-d)p_0 \rightarrow & p_2^L=(1-d)p_0 \rightarrow & \end{array}$$

図-1

ここで，企業が，安全利子率（risk-free rate of imterest）でキャッシュ・フローの流列を割引くとき，革新技術の純現在価値（net present value）は，

$$\begin{aligned} NPV(1) &= -I+\sum_{t=0}^{\infty}\frac{[qp_t^H+(1-q)p_t^L]}{(1+r)^t} \\ &= -I+p_0+[q(1+u)p_0+(1-q)(1-d)p_0]\left[\frac{1}{1+r}+\frac{1}{(1+r)^2}+\cdots\right] \\ &= -I+p_0[1+r+q(u+d)-d]/r \end{aligned} \tag{2}$$

で計算される。(2)式の最下段右辺第２項は，技術採用の現在価値を表わす。これを V_0で表わそう。このとき，$NPV(1)>0$ ならば，$V_0>1$ となり，革新技術の採用が推進されるとする標準的議論が

したがう。

しかるに,(2)式の算式は,現在採用することの機会費用を考慮していない。いま,1年間,採用を先送りし,翌年に財の価格が p_t^H に上昇したときに限り採用を選択するものとする。このとき,現在時点での支出,収入は共にゼロであるから,革新技術採用の純経済価値は

$$
\begin{aligned}
NPV(2) &= q\left[\frac{-I}{1+r}+\sum_{t=1}^{\infty}\frac{p_t^H}{(1+r)^t}\right] \\
&= q\left[\frac{-I}{1+r}+(1+u)p_0/r\right] \qquad (3)
\end{aligned}
$$

で表わされる。

ここで,$NPV(1)<NPV(2)$がしたがうならば,1年間先送りする待機戦略の方が現在採用する即採用戦略より望ましいと帰結される。この帰結は,即採用戦略の機会費用が考慮されると財価格が下落するであろうことを示唆する。

ところで,革新技術採用の可否の選択が‘now or never’ルールに限定されるならば,現在時点での即採用戦略が選ばれるであろう。このとき,1年間待機する選択肢が存在しないならば,かかる待機戦略を消滅させる機会費用が存在しなくなり,$NPV(1)$の標準ルートが妥当する。

さらに,翌年に財価格が下落した際に革新技術を返却し採用費用 I を回収し得るならば,すなわち採用費用 I が埋没費用(sunk cost)でなければ,上の $NPV(1)$にしたがう現在の即採用戦略が選択されるであろう。NPV 計算に機会費用を算入するためには,非可逆性(irreversibility)と即採用の代替策としての将来採用の可能性とが導入されなければならない。採用先送りの時間的制約が厳しい程先送り費用は上昇し,非可逆性が革新技術採用にもたらす影響度は低下していくことになる。

ところで,‘now or never’ルールに代わって即採用戦略を選択しなくとも翌年採用を認める融通性選択肢(flexibility option)が許されるとき[2],その価値は,$NPV(2)$((3)式)の値から $NPV(1)$((2)式)のそれを減じた差額で与えられる。差額が正の値をとるとき,それは,即採用のみを許す革新技術採用機会よりも融通性(flexibility)をともなう機会に対し余分に支払ってもよいと考える最大自発的支払い額(maximum willingness-to-pay)を与える。

さて,ここで,財価格の上昇確率 q と価格上下変位幅 u, d を変化させてみよう。いま,上方変位を「好い知らせ」(good news),下方変位を「悪い知らせ」(bad news)と呼ぶとき,これら情報が即採用の選択を確証づける臨界価格(critical price)p_0^*に対しもたらすそれぞれの影響度をみてみよう。

しかるに,企業に待機戦略の選択を確証づけるのは「悪い知らせ」が持ち込む悪結果を回避し得る能力の大小であり,したがって,p_0^*の値は,専ら,下方変位の変化幅 d のみに依存する。かかる情況を導く原理を Bernanke〔2〕は,「悪い知らせの原理」(bad news principle)と呼ぶ[3]。

いま,現在における財の初期価格 p_0が,翌年に

$$
p_1=\begin{cases}(1+u)p_0 & \text{with probability} \quad q \\ (1-d)p_0 & \text{with probability} \quad 1-q\end{cases} \qquad (4)
$$

へと変化するものとする。革新技術の採用費用 I の下で,即採用戦略が選択されるならば,キャッ

シュ・フローの純現在価値は

$$NPV(3)=-I+p_0+q\sum_{t=1}^{\infty}\frac{(1+u)p_0}{(1+r)^t}+(1-q)\sum_{t=1}^{\infty}\frac{(1-d)p_0}{(1+r)^t}$$

$$=-I+p_0[1+r+q(u+d)-d]/r \tag{5}$$

で表わされる。上の $NPV(3)$ は，$NPV(1)$（(2)式）に他ならない。他方，待機戦略が選択されるならば

$$NPV(4)=\frac{1}{(1+r)}\{q\max[0,-I+(1+r)(1+u)p_0/r]$$

$$+(1-q)\max[0,-I+(1+r)(1-d)p_0/r] \tag{6}$$

がしたがう。

このとき，財価格が上昇するのみで低下しないとき，翌年採用が保証されるならば，上の $NPV(4)$ は

$$NPV(5)=\frac{1}{(1+r)}q[-I+(1+r)(1+u)p_0/r] \tag{7}$$

と簡単化される。

いま，即採用時の $NPV(3)$（(5)式）と待機時の $NPV(5)$（(7)式）を等置し p_0について解けば

$$p_0^*=I\left(\frac{r}{1+r}\right)\left(\frac{r+(1-q)}{r+(1-q)(1-d)}\right) \tag{8}$$

なる即採用戦略と待機戦略が無差別となる価格 p_0^*がしたがう。しかるに，(8)式において，p_0^*が上方変位の上昇幅 k に全く依存せず，専ら，下方変位幅 d と下方変位確率のみに依存することが確認される。このとき，d が大きくなればなる程 p_0^*は大きくなり，企業を待機戦略の選択に駆るのは「悪い知らせ」の大きさであることが示唆される。

2. 採用タイミングと情報

本項では，企業の革新技術の採用決定に情報の取得が及ぼす効果をみた後，採用タイミングのあり方をみる。

企業による革新技術の先送り決定に対して，その理由と先送り期間の長さだけにこれまでの議論が限定されてきたとして，Jensen〔 9 〕は，情報や経営方針が企業の革新技術の採用決定に及ぼす効果に注目し，採用問題を学習（learning）の可能性が考慮されるところでの不確実性下の意思決定の問題として捉え直す接近法を示唆した。

革新技術が導入されるとき，企業はその採用が利益に有利に働くのか不利に働くのか知り得ない。しかるに，かかる不確実性は，待機戦略を選択し，その間に情報収集を図ることによって軽減される余地がある。すなわち，待機は革新技術に関する学習の過程を意味する。

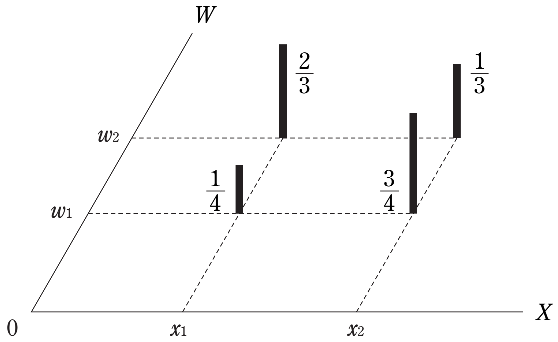

図-2

さて，かかる学習過程を Bayes ルール（Bayes' rule）の適用によって，新規情報の取得の度毎に主観的先験確率（subjective prior probability）を主観的後験確率（subjective posterior probability）で表わされる更新された確率確信へと変換していく過程とみなそう。

まず，具体例によって，Bayes ルールの機能を確認しておこう[4)]。

いま，2 個の確率変数 X_0, X_1 の観察値を x_0, x_1 で表わし，2 通りの結果をパラメータ $W = w_i\,(i = 1, 2)$ で表わす。ここで，$W = w_i$ の各値に対し x_0, x_1 は独立かつ同一に分布（independently and identically distributed）するものとする。

さて，結果 $W = w_i$ に関する主観的先験確率を $\xi = \Pr(W = w_1), 1 - \xi = \Pr(W = w_2)$ と特定化しよう。このとき，確率変数 X が観察可能であるものとし，観察値が $X = x_j\,(j = 1, 2)$ となるとき結果 $W = w_i$ がしたがう確率は，条件付確率分布

$$\Pr(X = x_1 \mid W = w_1) = \frac{1}{4},\ \Pr(X = x_2 \mid W = w_1) = \frac{3}{4}$$

$$\Pr(X = x_1 \mid W = w_2) = \frac{2}{3},\ \Pr(X = x_2 \mid W = w_2) = \frac{2}{3} \tag{9}$$

で与えられるものとする。(**図-2**参照。) しかるに，確率変数 X の観察値 x，すなわち，x_1 もしくは x_2 のいずれかがしたがうとき，$W = w_1$ となる確率を $\xi(x)$, $W = w_2$ となるそれを $1 - \xi(x)$ とすると，

$$\xi(x) = \Pr(W = w_1 \mid X = x) \tag{10}$$

$$1 - \xi(x) = \Pr(W = w_2 \mid X = x) \tag{11}$$

がしたがう。このとき，$\xi(x), 1 - \xi(x)$ は，主観的後験確率を与える。

いま，Bayes 定理（Bayes' theorem）

$$\Pr(A_i \mid B) = \frac{\Pr(B \mid A_i)\Pr(A_i)}{\sum_{j=1}^{\infty} \Pr(B \mid A_j)\Pr(A_j)},\ i = 1, 2 \tag{12}$$

を想起すれば，(9), (10), (11) 式から，$W = w_1$ に対し，

$$\xi(x_1) = \frac{\Pr(W = w_1 \mid X = x_1)\Pr(W = w_1)}{\Pr(W = w_1 \mid X = x_1)\Pr(W = w_1) + \Pr(W = w_2 \mid X = x_1)\Pr(W = w_2)}$$

$$=\frac{\frac{1}{4}\xi}{\frac{1}{4}\xi+\frac{2}{3}(1-\xi)}=\left[1+\frac{2}{3}\left(\frac{1-\xi}{\xi}\right)\right]^{-1} \tag{13}$$

を得る。同様に，$W=w_2$に対し

$$\xi(x_2)=\frac{\frac{3}{4}\xi}{\frac{3}{4}\xi+\frac{1}{3}(1-\xi)}=\frac{1}{1+\frac{1}{4}\left(\frac{1-\xi}{\xi}\right)}=\left[1+\frac{1}{4}\left(\frac{1-\xi}{\xi}\right)\right]^{-1} \tag{14}$$

を得る。

次に，結果のパラメータ $W=w_i(i=1,2)$ の各値に対し，n 個の確率変数 $X_1,X_2,\ \cdots,X_n$ が逐次的に観察可能であるものとする。このとき，$X_1,X_2,\ \cdots,X_n$ は独立かつ同一の分布 (i,i,d) をもつものとする。それらの各値は，上と同様の条件付確率分布函数 $f(\cdot|w_i)$ をもつものとすると

$$f(x|w_1)=\frac{3^x}{4},\ f(x|w_2)=\frac{2^{1-x}}{3} \tag{15}$$

で表わされる。

いま，確率変数 $X_1,X_2,\ \cdots,X_n$ の観察値の流列 $x_1,x_2,\ \cdots,x_n$ に対し $y=\sum_{j=1}^{n}x_j$ と設定すれば，$W=w_i$ のときの $X_1,X_2,\ \cdots,X_n$ の条件付結合分布函数 $g(x_1,x_2,\cdots,x_n|w_i)$ は

$$g(x_1,x_2,\cdots,x_n|w_1)=\frac{3^y}{4^n},\ g(x_1,x_2,\cdots,x_n|w_2)=\frac{2^{n-y}}{3^n} \tag{16}$$

で与えられる。いま，$W=w_1$に関する先験確率 $\xi=\Pr(W=w_1)$ の下で，後験確率を $\xi(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ で表わせば，再び，Bayes 定理の適用によって

$$\xi(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\frac{\left(\frac{3^y}{4^n}\right)\xi}{\left(\frac{3^y}{4^n}\right)\xi+\left(\frac{2^{n-y}}{3^n}\right)(1-\xi)}=\left[1+\left(\frac{1-\xi}{\xi}\right)\left(\frac{8}{3}\right)^n\left(\frac{1}{6}\right)^y\right]^{-1} \tag{17}$$

がしたがう。

さて，新規開発になる革新技術の採用を検討している企業を想定しよう[5)]。このとき，採用の決定を先送りしている間に，ある間隔で革新技術に関する情報を外部情報源から取得することができるものとする。かかる情報に接し，「好い知らせ」か「悪い知らせ」かの判定を下し，前者には 1 の値を後者には 0 の値を付与するものとすれば，各観察は，望ましい情況に 1，好ましくない情況にゼロの値をとる Bernoulli 確率変数（Bernoulli randow variable）Z によって表わされる。したがって，採用先送りを決定する企業は，確率変数 $Z_1,Z_2,\ \cdots$の流列を観察することになる。

ここで，確率変数 $Z_1,Z_2,\ \cdots$は，未知のパラメータ $\theta=\Pr\{Z_i=1\}\in(0,1)$ をもち，独立かつ同一に分布 (i,i,d) するものとする。このとき，θ は，$0<\theta_2<\theta_1<1$ を満たす 2 つの値 θ_1,θ_2をとるものとする。いま，割引率を β とし，採用後の期間当たりの収入を $r_i(i=0,1)$ とし，採用後の将来収入の流列の割引現在価値

$$R_i=\frac{r_i}{1-\beta}\quad(i=0,1) \tag{18}$$

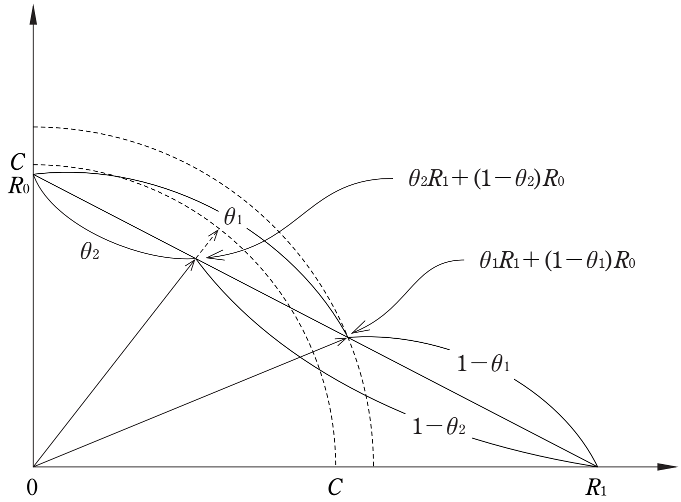

図-3

を定義し，$R_1>R_0$，したがって，$r_1>r_0$を仮定する。上の想定から，θ は，企業の革新技術の即採用時に収入 R_1を得る確率，$1-\theta$ は，R_0を得る確率とみなすことができる。ここで，革新技術採用の準固定費用を C で表わせば，期待採用収益（expected adoption return）

$$E_\theta(R)=\theta R_1+(1-\theta)R_0-C \tag{19}$$

がしたがう。しかるに，$0<\theta_2<\theta_1<1$ を満たす θ_1, θ_2に対し

$$\theta_1 R_1+(1-\theta_1)R_0-C>0>\theta_2 R_1+(1-\theta_2)R_0-C \tag{20}$$

が満たされるとき，革新技術は $\theta=\theta_1$のとき有利，$\theta=\theta_2$のとき不利と帰結される。(**図-3**参照。)

ところで，革新技術の採用と来るべき次の観察値の期待価値を計算するためには，θ の推定を図らなければならない。いま，Bayes ルールにしたがって推定が展開されるものとすれば，$\theta=\theta_1$とする企業の確率確信 ξ に対し，θ の推定は

$$q(\xi)=\xi\theta_1+(1-\xi)\theta_2 \tag{21}$$

を通じて行われる。企業が，革新技術の出現時に $\theta=\theta_1$とする事象に主観的先験確率 g を付与するものとする。すでに，g が付与され，所与とみなせば，Bayes ルールにしたがう学習行為の下で，$\theta=\theta_1$とする現時点での確信 q に対し，新規確信（updated belief）は，観察値が有利であれば

$$\phi_1(\xi)=\frac{\xi\theta_1}{q(\xi)} \tag{22}$$

で与えられ，不利であれば

$$\phi_0(\xi)=\frac{\xi(1-\theta_1)}{1-q(\xi)} \tag{23}$$

で与えられる。以上から，n 個の観察値のうち k 個が有利なそれであれば，$\theta=\theta_1$とする新規確信

は，

$$\xi(n,k,g)=\left[1+\left(\frac{\theta_2}{\theta_1}\right)^k\left(\frac{1-\theta_2}{1-\theta_1}\right)^{n-k}\left(\frac{1-g}{g}\right)\right]^{-1} \tag{24}$$

で与えられる。

ところで，企業の決定問題は，最適停止問題（optimal stopping problem）として表現可能となり，このとき，停止価値（stopping value）は，採用からの期待収益となり，最適後続価値（value from optimal continuation）は来るべき情報の割引期待値となる[6]。しかるに，先験確率 $g\in[0,1]$，新規確信 $\xi(n,k,g)\in[0,1]$ であるから，$\theta=\theta_1$，すなわち，革新技術が有利であるとする現行の確信 $\xi(n,k,g)$ は，確率過程の状態変数とみなし得る。

さて，状態変数 ξ，残存決定期日 $t=0,1$，……の下での最大期待収益 $V_t(\xi)$ を定義し，$t=0$ において，すべての ξ に対し $V_0(\xi)=0$ と仮定すれば，$t=1,2$，…に対し遷移性（recursiveness）をもつ $V_t(\xi)$ $(t=1,2,\cdots)$ が

$$V_t(\xi)=\max\{V_t^a(\xi),V_t^w(\xi)\} \tag{25}$$

で定義される。ここで，$V_t^a(\xi)$ は，期待採用収益

$$V_t^a(\xi)=q(\xi)R_1+(1-q(\xi))R_0-C \tag{26}$$

であり，$V_t^w(\xi)$ は，最適後続期待価値で表わされる待機価値（waiting value）

$$V_t^w(\xi)=\beta[q(\xi)V_{t-1}(\phi_1(\xi))+(1-q(\xi))V_{t-1}(\phi_0(\xi))] \tag{27}$$

である。

しかるに，企業の決定期日が無限数存在するものとすれば，$V_t^a(\xi),V_t^w(\xi)$ は陽表的に時間に依存することはなくなり，したがって，(25)式は

$$V(\xi)=\max\{V^a(\xi),V^w(\xi)\} \tag{28}$$

と書き改められ，このとき，(26),(27)式は，それぞれ

$$V^a(\xi)=q(\xi)R_1+(1-q(\xi))R_0-C \tag{29}$$

$$V^w(\xi)=\beta[q(\xi)V(\phi_1(\xi))+(1-q(\xi)V(\phi_0(\xi)] \tag{30}$$

と書き改められる。

ところで，$V(\xi)$ は，区間 $[0,1]$ において，連続な凸函数を成し，さらに，

$$V^w(0)\geq 0>V^a(0)=\theta_2R_1+(1-\theta_2)R_2-C \tag{31}$$

$$V^w(1)=\beta[\theta_1R_1+(1-\theta_1)R_0-C]<V^a(1)=\theta_1R_1+(1-\theta_1)R_0-C \tag{32}$$

がしたがう。したがって，(21),(26)式から $V^w(\xi)-V^a(\xi)$ は，$\xi=0$ で正，$\xi=1$ で負となる区間 $[0,1]$ 上で連続な凸函数となる。以上から，$\xi\geq\xi^*$ なる ξ に対し採用し，$\xi<\xi^*$ なる ξ に対して採用せずに待機せよとする最適採用ルールが導かれる。このとき，ξ^* は最適閾値（optimal threshold）を構成する。(**図-4**参照。)

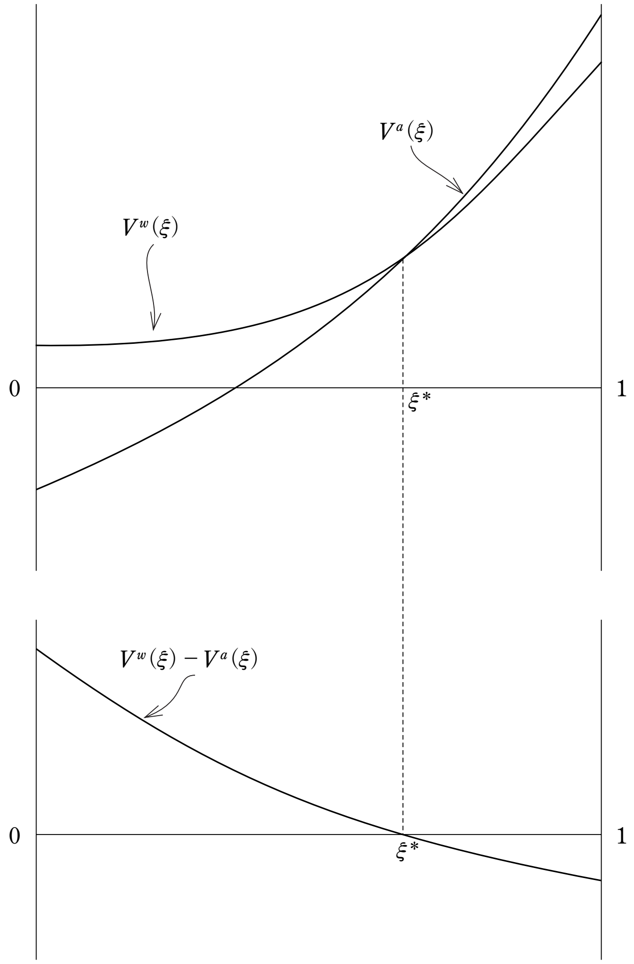

図-4

1）本項の議論の多くを Dixit＝Pindyck〔７〕（Chap. 2）に負う。
2）融通性（flexibility）に関して，例えば，Jones＝Ostroy〔10〕参照。流動性（liquidity）を融通性と捉えるものとして Hirshleifer〔８〕参照。
3）かかるアイディアは，Cukierman〔４〕が先駆である。
4）例えば，DeGroot〔６〕参照。以下の議論の多くを同作業に負う。
5）以下の議論の多くを Jensen〔９〕に負う。
6）最適停止（optimal stopping）の議論として，例えば，Dixit＝Pindyck〔７〕（Chap. 4）参照。

第２節　連続型経済

１．幾何 Brown 運動

本節では，企業の生産物価格が確率過程にしたがうところでの革新技術採用のタイミングのあり方をみる[7)]。

本項では，現時点で利用可能な最良の革新技術採用のタイミングをみる。

さて，競争的な市場に自らの生産物を供給する企業を想定する。このとき，企業は，労働投入によって生産物を生産するものとし，労働生産性は，革新技術水準に依存し，所与の技術の下で投入労働は収穫一定性を示すが，労働生産性は革新技術の逓減的増加函数となるものとする。すなわち，企業の生産函数は

$$Y_t = A(T) L_t \tag{33}$$

で表わされるものとする。このとき，労働投入量 L_t は０か１かの２値からの選択しかできず，また，$A(0)=0, A(T)=1$ と正規化すれば，最良技術 T を採用し，$L_t=1$ を選択するときに，産出量 $Y_t=1$ がしたがい[8)]，このとき，生産物価格 p が売上ないし粗収益を与えることになる。

企業が最良の利用可能革新技術の採用を決断することなく先送りするとき，上の想定 $A(0)=0$ で生産は行われず，採用を決断するときに限り生産が行なわれることになり，したがって，現時点における産出量は

$$Y_t = \max[A(T)L_t = 1, 0] \tag{34}$$

で表わされる。

さて，競争的な生産物市場における生産物価格は，ランダム・ウォークする価格の連続時間定式化である幾何 Brown 運動（geometric Brownian motion）にしたがって変動する，すなわち，確率微分方程式

$$\frac{dp}{p} = \mu dt + \sigma dz \tag{35}$$

にしたがうものとする。ただし，μ は価格(収益)期待成長率，σ^2 は価格成長率の分散であり，dz は Wiener 過程の増分である。

さて，もし，企業が最良の革新技術を採用し生産を実施するところで，営業利潤（operating profit）は，時間を通じて一定の賃金率 w と既知の生産物価格 p_t の下で

$$\Pi_t = p_t A(T) L_t - wL_t = (p_t - w) L_t \tag{36}$$

で表わされる。しかるに，営業利潤を最大化する労働投入量($L_t=1$)が満たすべき１階条件

$$p_t A(T) - w = p_t - w = 0 \tag{37}$$

は，一般に妥当しない。

ここで，最適労働投入量 $L_t^* = L_t^*(p_t, w, T)$ を営業利潤函数((36)式)に代入すれば，一定の p_t, w, T に対して最大営業利潤を与える間接利潤函数（indirect operating profit function）

$$\Pi^*(p_t) \equiv \max_{L_t}\{p_t A(T) L_t - wL_t\}$$
$$= p_t A(T) L_t^* - wL_t^* = \Pi^*(p_t, w, T) \tag{38}$$

が定義される。

ところで，企業の意思決定が現時点での観察に基づいて下される即時的選択とそれ以降の後続時点全体にわたる選択とに分割可能であるとき，動的計画法（dynamic programming）が適用可能となる。前者の決定からしたがう即時的価値（immediate value）は確定値であり，後者のそれからしたがう後続価値（continuation value）は確率変数となり，両者の価値の和は，革新技術採用の価値を表わし，確率過程にしたがう価格に対して定義される状態評価函数（value function）$V(p_t)$で表わされる。すなわち

$$V_t(p_t) = \max\{\Pi^*(p_t) + \frac{1}{1+\rho}E_t[V_{t+1}(p_{t+1})]\} \tag{39}$$

がしたがう。ただし，ρ は割引率である。(39)式は，Bellman 方程式に相当する。また，E_t は，

$$E_t[V_{t+1}(p_{t+1})] = \int V_{t+1}(p_{t+1})\, d\Phi_t(p_{t+1}|p_t) \tag{40}$$

で定義される条件付期待値オペレータである。Φ_t は，p_t が来期以降の価格の確率分布に影響を与えるところでの p_t に条件付きの p_{t+1}の確率分布である。

ここで，時間視野が無限大に及ぶものとすると，問題は遷移性（recursiveness）をもち，したがって，営業利潤函数も条件付確率分布もまた同様となる。このとき，p_t, p_{t+1}は，それぞれ相異なる p, p' と表わすことができ，上の Bellman 方程式は

$$V(p) = \max\{\Pi^*(p) + \frac{1}{1+\rho}E[V(p')|p]\} \tag{41}$$

と書き改められる。

さて，各期間の時間間隔を Δt とし，$\Delta t \to 0$ とすれば時間は連続となり，間隔 Δt にまたがる利潤は $\Pi^*(p,t)\Delta t$，割引率は $\rho\Delta t$ で与えられ，Bellman 方程式は，

$$V(p,t) = \max\{\Pi^*(p,t)\Delta t + \frac{1}{1+\rho\Delta t}E[V(p', t+\Delta t)|p] \tag{42}$$

と表現し直される。いま，(42)式の両辺に $1+\rho\Delta t$ を乗じて整理すれば

$$\rho\Delta t V(p,t) = \max\{\Pi^*(p,t)\Delta t(1+\rho\Delta t) + E[V(p', t+\Delta t) - V(p,t)]$$
$$= \max\{\Pi^*(p,t)\Delta t(1+\rho\Delta t) + E[\Delta V]\} \tag{43}$$

がしたがう。ここで，(43)式の両辺を Δt で除し，$\Delta t \to 0$ とすれば，(43)式は

$$\rho V(p,t)=\max\{\Pi^*(p,t)+\frac{1}{dt}E[dV]\} \tag{44}$$

と変形される。ただし，(44)式右辺の $\frac{1}{dt}E[dV]$ は $E[\Delta V]/\Delta t$ の極限値であり，

$$Ly[V(p,t)]=\frac{1}{dt}E[dV] \tag{45}$$

と設定するとき，左辺は $V(p,t)$ の微分生成作用素（differential generator）と呼ばれる。しかるに，時間視野が無限大であり，Π^* が陽表的に時間に依存しないとき，$\Pi^*(p,t)=\Pi^*(p)$ と設定し直され，$V(p,t)=V(p)$ と表わされる。したがって，Bellman 方程式は

$$\rho V(p)=\Pi^*(p)+\frac{1}{dt}E[dV] \tag{46}$$

と表現し直される。(46)式は，革新技術採用による総期待利潤(左辺)が即時的営業利潤と期待後続利潤の和(右辺)に等しいことを意味している。

さて，ここで，伊藤補題（Ito's Lemma）を dV に適用し，高次項を無視すれば，

$$dV=V'(p)dp+\frac{1}{2}V''(p)(dp)^2 \tag{47}$$

を得る。しかるに，価格変動に関する確率微分方程式((35)式)を想起すれば，(47)式は

$$dV=V'(p)[\mu p dt+\sigma p dz]+\frac{1}{2}V''(p)[\mu^2p^2(dt)^2+2\mu\sigma dtdz+\sigma^2p^2(dz)^2] \tag{48}$$

と変形される。ここで，両辺の期待値をとり，$E[dz]=0, dtdz=0, (dz)^2=dt, (dt)^2=0$ がしたがうことを想起すれば

$$E[dV]=[\mu pV'(p)+\frac{1}{2}\sigma^2p^2V''(p)]dt \tag{49}$$

がしたがう。(49)式の両辺を dt で除し，(46)式に代入すれば，革新技術採用に際しての Bellman 方程式は，微分方程式

$$\frac{1}{2}\sigma^2p^2V''(p)+\mu pV'(p)-\rho V(p)+\Pi^*(p)=0 \tag{50}$$

を導く。

まず，革新技術採用時点において，既知の p, w の下で $pA(T)=p<w$ がしたがうものとする。企業は操業せず，営業利潤はゼロとなり，上の(50)式の微分方程式の同次部分だけが残る。

ここで，同次部分に解 $V(p)=ap^\beta$ を試みてみよう。直ちに，２次方程式

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1)+\mu\beta-\rho=0 \tag{51}$$

がしたがう。このとき，β は上の２次方程式の根を構成し，１つは，１より大きい正根 $\beta_1=\frac{1}{2}-\mu/\sigma^2+\sqrt{[\mu/\sigma^2-\frac{1}{2}]^2+2\rho/\sigma^2}$（$>1$)，もう１つは，負根 $\beta_2=\frac{1}{2}-\mu/\sigma^2-\sqrt{[\mu/\sigma^2-\frac{1}{2}]^2+2\rho/\sigma^2}$（$<0$)となる。

したがって，同次部分の一般解は，

$$V(p)=a_1 p^{\beta_1}+a_2 p^{\beta_2} \tag{51}$$

で表わされる。しかるに，$\beta_2(<0)$ は，$p \to 0$ のとき，$p^{\beta_2} \to \infty$ を意味するから，未来定数 $a_2=0$ が満たされなければならず，同次部分の一般解は，

$$V(p)=a_1 p^{\beta_1} \tag{52}$$

と書き改められる。

次に，$pA(T)=p>w$ がしたがうものとする。このとき，生産物価格，したがって，収益は成長率 μ で増加するが，そこに危険調整済み割引率 α を適用すれば，収益の割引現在価値は $p/(\mu-\alpha)=p/\delta$ で表わされる[9]。しかるに，w は時間を通じて一定であるから，その現在価値は，安全利子率 r の下で w/r で表わされるから[10]，純収益の割引現在価値は $p/\delta-w/r$ で表わされる。したがって，$pA(T)=p>w$ の下での一般解は

$$V(p)=b_1 p^{\beta_1}+b_2 p^{\beta_2}+\frac{p}{\delta}-\frac{w}{r} \tag{53}$$

で表わされる。

ところで，$pA(T)=p<w$ のとき，現時点での営業利潤はゼロとなるが，将来のいずれかの時点において $pA(T)=p>w$ となり，操業が再開される可能性があるかもしれない。かかる可能性を(53)式の右辺最後の 2 項が表わしている。他方，$pA(T)=p>w$ のとき，p が著しく大きくなるとき投機的バブル（speculative bubble）の発生可能性が生ずる。これを排するために $b_1=0$ が要請される。このとき，一般解は

$$V(p)=b_2 p^{\beta_2}+\frac{p}{\delta}-\frac{w}{r} \tag{54}$$

と書き改められる。

以上から，革新技術即採用戦略の価値は

$$V(p)=\begin{cases} a_1 p^{\beta_1} & \text{if} \quad pA(T)=p<w \\ b_2 p^{\beta_2}+\dfrac{p}{\delta}-\dfrac{w}{r} & \text{if} \quad pA(T)=p>w \end{cases} \tag{55}$$

と整理される。

しかるに，(55)式において，２つの未定定数 a_1, b_2 が残されている。ここで，２つの領域が重なり $pA(T)=p=w$ を満たす点を考えよう。(幾何)Brown 運動は，上の境界 w を自由に越境し得るのに対し，状態評価函数 $V(p)$ は境界 w を不連続に越境はし得ない，すなわち，境界において連続微分可能でなければならない。ここで，境界 w において，(55)式の 2 通りの解の価値と微係数の均等化を図るものとすると，

$$a_1 p^{\beta_1}=b_2 p^{\beta_2}+\frac{p}{\delta}-\frac{w}{r} \tag{56}$$

$$\beta_1 a_1 p^{\beta_1-1}=\beta_2 b_2 p^{\beta_2-1}+\frac{1}{\delta} \tag{57}$$

がしたがう。前者は，等値化条件（value-matching condition），後者は，平滑張合せ条件（smooth-pasting condition）を構成する。(56),(57)式から

$$a_1 = \frac{w^{1-\beta_1}}{\beta_1 - \beta_2}\left(\frac{\beta_2}{r} - \frac{\beta_2 - 1}{\delta}\right) \tag{58}$$

$$b_2 = \frac{w^{1-\beta_2}}{\beta_1 - \beta_2}\left(\frac{\beta_1}{r} - \frac{\beta_1 - 1}{\delta}\right) \tag{59}$$

がしたがう。a_1項は，将来時点での操業再開可能性からの期待利潤，b_2項は，将来時点での操業停止可能性からのそれを表わし，共に正の値をとらなければならない。

さて，次に，革新技術の採用を先送りする待機戦略が選択される場合を想定しよう。

現時点において操業はなされず営業利潤は発生し得ないから，上と同一の条件の下で，状態評価函数 F が価格に対して定義される。このとき，Bellman 方程式

$$\rho F(p) = \frac{1}{dt}E[dF] \tag{60}$$

がしたがう。上と同様の手続きの適用によって，微分方程式

$$\frac{1}{2}\sigma^2 p^2 F''(p) + \mu p F'(p) - \rho F(p) = 0 \tag{61}$$

がしたがう。直ちに，２次方程式

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \beta(\beta - 1) + \mu\beta - \rho = 0 \tag{62}$$

がしたがう。しかるに，(62)式は，革新技術採用時の微分方程式((50)式)の同次部分からしたがう２次方程式((51)式)と同一である。解 $F(p) = cp^{\beta}$ を試みれば，一般解

$$F(p) = c_1 p^{\beta_1} + c_2 p^{\beta_2} \tag{63}$$

がしたがい，上と同様の理由から $c_2 = 0$ がしたがわなければならず，一般解は

$$F(p) = c_1 p^{\beta_1} \tag{64}$$

と書き改められる。

さて，ここで，価格の最適閾値（optimal threshold）p^*を定義する。すなわち，それ以下の水準の価格 $p(<p^*)$の下では革新技術の採用を先送りする待機戦略が選択され，それ以上の水準の価格 $p(>p^*)$の下では即採用戦略が選択されるような価格水準である。かかる閾値を得るためは，微分方程式 $V(p), F(p)$を連立させて得られる微分方程式を解くことが必要であるが，一般的に，解くことは難かしい。代わる方法として，$F(p)$の解を最適閾値で成立する境界条件を用いることによって価格の函数としての待機戦略の価値を求めるそれが示唆される。

いま，p^*における $F(p)$の行動をみる。p^*において，待機戦略から採用実行に転ずることが最適となる。そこで，埋没費用たる採用費用 I を負担することによって価値 $V(p)$を取得し得る。このとき，２つの条件が適用される。まず，待機価値と採用実行価値から採用費用を減じた純価値とが均等化しなければならない。

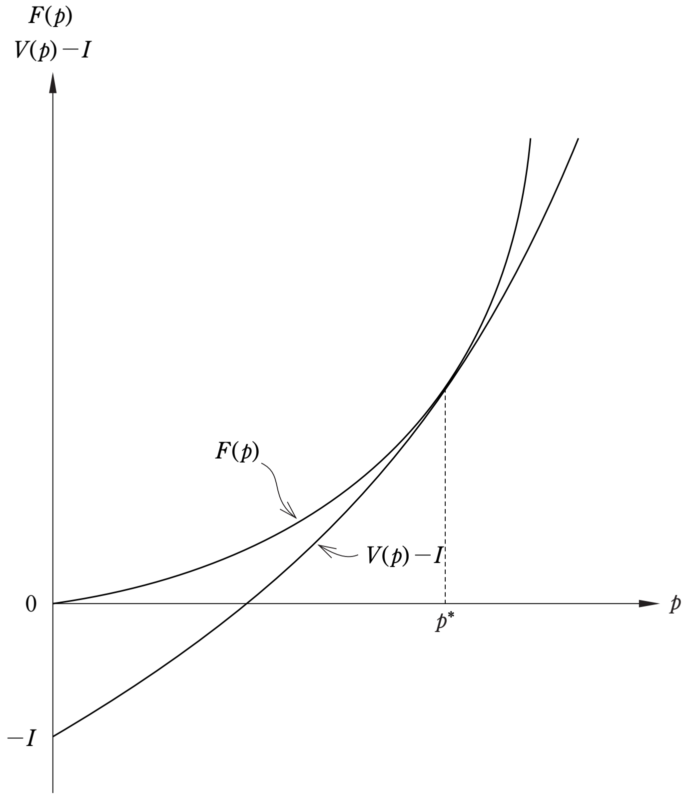

図-5

$$F(p^*)=V(p^*)-I \tag{65}$$

で表わされる等値化条件である。次に，$F(p)$ と $V(p)-I$ が p^* において接し合わなければならない。

$$F'(p^*)=V'(p^*) \tag{66}$$

で表わされる平滑張合わせ条件である。

いま，$F(p), V(p)$ に，上で導かれた函数形を代入すれば，(65), (66)式は，それぞれ

$$c_1(p^*)^{\beta_1}=b_2(p^*)^{\beta_2}+\frac{p^*}{\delta}-\frac{w}{r}-I \tag{67}$$

$$\beta_1 c_1(p^*)^{\beta_1-1}=\beta_2 b_2(p^*)^{\beta_2-1}+\frac{1}{\delta} \tag{68}$$

と書き改められる。c_1を消去すれば，最適閾値式

$$(\beta_1-\beta_2)b_2(p^*)^{\beta_2}+(\beta_1-1)\frac{p^*}{\delta}-\beta_1\left(\frac{w}{r}+I\right)=0 \tag{69}$$

がしたがう。

ところで，$p=0$ において，$V(p)=0$ がしたがうことが仮定される。このとき，$p=0$ は，吸収壁

(absorbing barrier) となる。また，$V'(p)=\beta_1 a_1 p^{\beta_1-1}>0, V''(p)=\beta_1(\beta_1-1)a_1 p^{\beta_1-2}>0$ がしたがい，$V(p)$は凸函数となり，同様に，$F(p)$も凸函数を成す。最適閾値 p^*の例が**図-5**に示される。

さて，革新技術採用を先送りする待機戦略の価値($F(p)$)から，採用実行の価値より埋没費用たる採用費用を減じた採用の純価値($V(p)-I$)を差引いた値は，融通性（flexibility）の価値とみなすことができる。上の議論は，融通性の価値が尽きる最適閾値を基準として価格の観察値がそれを下回るとき待機を，逆に，上回るとき採用実行を選択せよと命ずる採用ルールを主張するものであると結論される。

2. 混合 Poisson＝幾何 Brown 過程

本項では，将来時点でのより高度な革新技術の到来を待つ待機戦略から現時点で利用可能な最良技術の即採用戦略への転換（switching）のタイミングのあり方をみる。

前項では，すべての領域において連続な確率過程，すなわち，拡散過程（diffusion process）が想定された。しかるに，突発的な不連続なジャンプをともなう過程として経済変量をモデル化した方がより現実的なる場合が存在する。寡占市場への競争者の新規参入による価格の急落，新規の関連技術の開発成功にともなう既存の特許価格の急落，また，戦争や革命の勃発による原油価格の急落等は，不連続なジャンプ過程の例として指摘されるところである。

かかる情況に対しては，Brown 運動の適用だけでは説明不能となり，例えば，ジャンプを含む Poisson ジャンプ過程（poisson jump process）の適用がより相応しいものとなる。Poisson ジャンプ過程は，事象（event）が Poisson 分布にしたがう確定値ないし確率的な不確定値をとるジャンプをともなう過程である。以下では，革新技術の出現，到来の可能性に Poisson 過程を適用するものとする[11)]。

いま，現行の最良技術の労働生産性係数 $A(T)\equiv 1$ を上回る係数 $A(T')=u(>0)$をもつ革新技術の到来が Poisson ジャンプ過程にしたがうものとする。このとき，労働生産性(係数)の純増加分(net increment) $A(T')-A(T)=u(>0)$をジャンプとみなすものとする。ジャンプの到来を事象(event) と呼び無限小の時間間隔 dt におけるそのジャンプの平均到来率（mean arrival rate）を λ とすれば，その間にジャンプが生起する確率は λdt で表わされ，生起しないそれは $1-\lambda dt$ で表わされる。一般に，ジャンプの振幅（amplitude)，すなわち労働生産性(係数)の純増加分 u は不確定である。ここで，確率分布 $\phi(u)$にしたがう確率変数であるものと想定しよう。

まず，Poisson 過程を必要な限りにおいて概観しておこう。いま，Poisson 過程を q で表わせば

$$dq=\begin{cases} u & \text{with probability} \quad \lambda dt \\ 0 & \text{with probability} \quad 1-\lambda dt \end{cases} \tag{70}$$

がしたがう。ここで，変数 x がしたがう確率過程を Poisson 微分方程式

$$dx=f(x,t)dt+g(x,t)dq \tag{71}$$

で表わそう[12)]。ただし，$f(x,t), g(x,t)$は，x と t の既知の微分可能函数である。上の(70), (71)式から

$$dx = f(x,t)\,dt + \begin{cases} \xrightarrow{\lambda dx} g(x,t)\,u \\ \xrightarrow[1-\lambda dt]{} 0 \end{cases} \tag{72}$$

がしたがう。

このとき，変数 x に関して２回微分可能な状態評価函数 $J(x,t)$ が定義される。ここで，その変化分 dJ を展開すれば，

$$\begin{aligned} dJ &= \frac{\partial J}{\partial t}dt + \frac{\partial J}{\partial x}dx \\ &= \frac{\partial J}{\partial t}dt + \frac{\partial J}{\partial x}[f(x,t)\,dt + g(x,t)\,dq] \end{aligned} \tag{73}$$

がしたがう。しかるに，dt は伊藤過程（Ito process）とは異なり $\sqrt{dt}$ に依存しないから，２次以上の高次項は dt よりも速くゼロに収束する。したがって，x は，２通りのルートで $J(x,t)$ に変化をもたらすことになる。１つは，x のドリフト係数に応じた連続的で確定的な変化のルート，もう１つは，Poisson 事象が発生した際の不確定な $ug(x,t)$ 分だけの x の変化がもたらす変化のルートである。Poisson 事象が時間間隔 dt の間に発生する確率が λdt であることを想起すれば，

$$E\left[\frac{\partial J}{\partial x}g(x,t)\,dq\right] = E_u\{\lambda[J(x+ug(x,t),t) - J(x,t)]\}dt \tag{74}$$

がしたがう。ただし，右辺の E_u は，ジャンプ規模 u に関する期待値を表わすオペレータである。したがって，(74)式を考慮すれば，J の変化分の期待値は，

$$E[dJ] = \left[\frac{\partial J}{\partial t} + f(x,t)\frac{\partial J}{\partial x}\right]dt + E_u\{\lambda[J(x+ug(x,t),t) - J(x,t)]\}dt \tag{75}$$

で表わされる。

ところで，変数 x が伊藤過程とジャンプ過程の結合過程にしたがうこともあり得る。前者は，全時間視野を通じた過程であり，後者は突発的に発生する過程である。このとき，結合過程は

$$dx = a(x,t)\,dt + b(x,t)\,dz + g(x,t)\,dq \tag{76}$$

で表わされる[13)]。ただし，dz は Wiener 過程の増分である。したがって，函数 $J(x,t)$ の変化分の期待値は

$$\begin{aligned} E[dJ] = &\left[\frac{\partial J}{\partial t} + a(x,t)\frac{\partial J}{\partial x} + \frac{1}{2}b^2(x,t)\frac{\partial^2 J}{\partial x^2}\right]dt \\ &+ E_u\{\lambda[J(x+ug(x,t),t) - J(x,t)]\}dt \end{aligned} \tag{77}$$

で表わされる。ただし，２次微係数は，過程の連続部分がもたらす分散に対してのみ妥当する。ジャンプ部分は，離散的に相異なる点での J の値の差分を含む右辺の最終項に妥当する。

さて，以上の準備の下に，Poisson ジャンプ過程にしたがう革新技術の出現の可能性が存在するところでの待機戦略の価値を導いてみよう。

前項における現行技術の採用の過程と対比すべく，生産物価格 p が Poisson 過程にしたがうジャンプ部分と幾何 Brown 運動にしたがう連続部分の混合型，すなわち，混合 Poisson＝幾何 Brown 過程（mixed Poisson and geometric Brownian process）にしたがって変動するものとし，ドリフト項，拡散項，そしてジャンプ項の各係数 a, b, g は確定値をとり，さらに，ジャンプ規模 u も確定値をとるものとする。このとき，混合 Poisson＝幾何 Brown 過程は，粗収益分 $\hat{p} \equiv up$ に対し

$$d\hat{p} = a\hat{p}dt + b\hat{p}dz + g\hat{p}dq \tag{78}$$

で表わされる。ただし，$\hat{p} \equiv up$ である。

いま，上の $\hat{p}, t$ に対し状態評価函数 $J(\hat{p}, t)$ が定義される。このとき，$\hat{p}$ の変化にともなう函数 J の変化分の期待値 $E[dJ]$ は，

$$\begin{aligned} E[dJ] &= [a\hat{p}J'(\hat{p}) + \frac{1}{2}b^2\hat{p}^2J''(\hat{p}) + \lambda gu\hat{p}J'(\hat{p})]dt \\ &= [(a + \lambda gu)\hat{p}J'(\hat{p}) + \frac{1}{2}b^2\hat{p}^2J''(\hat{p})]dt \end{aligned} \tag{79}$$

で表わされる。

ここで，時間間隔 dt の間に適用される割引率が ρdt で与えられるところで，

$$\begin{aligned} J(\hat{p}, t) &= \frac{1}{1+\rho dt}E[J(\hat{p} + d\hat{p}, t)] \\ &= \frac{1}{1+\rho dt}E[(a + \lambda gu)\hat{p}J'(\hat{p}) + \frac{1}{2}b^2\hat{p}^2J''(\hat{p})] \\ &= \frac{1}{1+\rho dt}E[dJ] \end{aligned} \tag{80}$$

がしたがい，直ちに，Bellman 方程式

$$\rho J(\hat{p}, t) = \frac{1}{dt}\mathrm{E}[dJ] \tag{81}$$

がしたがう。(81)式は

$$\frac{1}{2}b^2\hat{p}^2J''(\hat{p}) + (a + \lambda gu)\hat{p}J'(\hat{p}) - \rho J(\hat{p}) = 0 \tag{82}$$

と変形される。(82)式は，革新技術待機戦略の価値を与える微分方程式を構成する。

ここで，上の微分方程式((82)式)に解 $J(\hat{p}) = e\hat{p}^{\gamma}$ を試みてみよう。直ちに，２次方程式

$$\frac{1}{2}b^2\gamma(\gamma - 1) + (a + \lambda gu)\gamma - \rho = 0 \tag{83}$$

がしたがう。このとき，γ は２次方程式の根で，１より大きな正根 $\gamma_1(>1)$ と，負根 $\gamma_2(<0)$ となる。したがって，一般解は

$$J(\hat{p}) = e_1\hat{p}^{\gamma_1} + e_2\hat{p}^{\gamma_2} \tag{84}$$

で表わされる。前項の議論を援用すれば，未定定数e_1, e_2のうち$e_2=0$がしたがわなければならず，一般解は

$$J(\hat{p})=e_1\hat{p}^{\gamma_1}=e_1u^{\gamma_1}p^{\gamma_1}=u^{\gamma_1}J(\mathrm{p}) \tag{85}$$

と書き改められる。ただし，正根γ_1は，$\gamma_1=\frac{1}{2}-(a+\lambda gu)/b^2+\sqrt{[(a+\lambda gu)/b^2-\frac{1}{2}]^2+2\rho/b^2}$（$>1$）である。

さて，前項でその採用の可否が問われた技術を現行の利用可能な最良技術とみなせば，前項の議論をそのまま援用し得る。

現行の最良技術が採用されるためには，$pA(T)=p>w$がしたがわなければならず，そこでの即採用戦略の価値の一般解は，投機的バブルの可能性を排除すべく$b_1=0$とするとき

$$V(p)=b_2p^{\beta_2}+\frac{p}{\delta}-\frac{w}{r} \tag{86}$$

で与えられた。ただし，危険調整済み割引率α，安全収益率r，収益の期待成長率u，配当率δに対し，$\alpha=u+\delta$となり，したがって，$\delta=\alpha-u$がしたがう。

ここで，より高度な革新技術の到来を待つ待機戦略から現行の最良技術の即採用戦略への転換を誘う価格の閾値p^+が存在するものとし，このp^+を転換価格（switching price）と呼んでおこう。

転換価格p^+において待機戦略から即採用戦略への転換が最適となることは，採用費用Iを負担しさえすれば即採用戦略の価値$V(p)$を取得し得ることを意味する。このとき，待機価値$u^{\gamma_1}J(p^+)$と，即採用価値$V(p^+)$から採用費用Iを減じた純価値とが均等化する等値化条件

$$u^{\gamma_1}J(p^+)=V(p^+)-I \tag{87}$$

が満たされなければならない。また，両者の価値がp^+において接し合う平滑張り合わせ条件

$$u^{\gamma_1}J(p^+)=V'(p^+) \tag{88}$$

が満たされなければならない。さらに，$p=0$において，$J(p)=0$がしたがう，すなわち，$p=0$が吸収壁を成しているものとすれば，転換価格p^+の例が**図-6**に示される。

いま，上で導かれた函数形を代入すれば，(87)，(88)式は，それぞれ

$$u^{\gamma_1}e_1(p^+)^{\gamma_1}=b_2(p^+)^{\beta_2}+\frac{p^+}{\delta}-\frac{w}{r}-I \tag{89}$$

$$\gamma_1u^{\gamma_1}e_1(p^+)^{\gamma_1-1}=\beta_2b_2(p^+)^{\beta_2-1}+\frac{1}{\delta} \tag{90}$$

で表わされる。$u^{\gamma_1}e_1$を消去すれば，転換価格を与える

$$(\gamma_1-\beta_2)b_2(p^+)^{\beta_2}+(r_1-1)\frac{p^+}{\delta}-\gamma_1(\frac{w}{r}+I)=0 \tag{91}$$

がしたがう。しかるに，(91)式からしたがうp^+において，$p^+A(T)=p^+>w$が満たされてなければならないことは言うまでもない。

ところで，ジャンプ幅uが大きければ大きい程$u^{\gamma_1}J(p)$は増大し，さらに，革新技術の到来確率

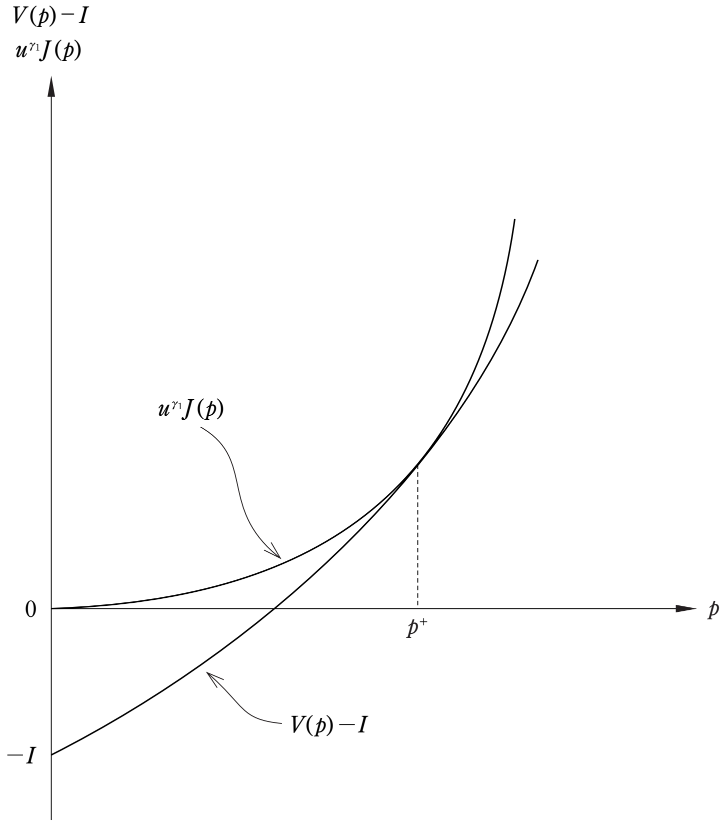

図-6

λが大きければ大きい程$\gamma_1(>1)$が上昇することが確かめられ$u^{\gamma_1}J(p)$は増大する。このとき，**図-6**における$u^{\gamma_1}J(p)$曲線が上方にシフトし，したがって，転換価格p^+が上昇する。このことは，待機戦略価値と即採用戦略の純価値の差としての融通性が，ジャンプ幅，革新技術の到来確率の上昇にともない拡大化し，融通性ゼロを意味する転換価格の上昇がもたらされることを示唆している。

7）本項の手続きについて，Dixit＝Pindyck〔7〕, *op. cit.*,（Chap. 5, 6）参照。

8）かかる想定は議論の簡単化のためのものであり，本質的なそれではない。技術進歩を含む一般的な生産函数の類型として，Manning＝McMillan〔15〕参照。

9）$\int_0^{\infty} pe^{\alpha t}e^{-\mu t}dt=\frac{p}{\mu-\alpha}=\frac{p}{\delta}$ （A･1）

10）$\int_0^{\infty} we^{-rt}dt=\frac{w}{r}$ （A･2）

11）ジャンプ過程について，例えば，Malliaris＝Brock〔14〕（Chap. 2, 4），Dixit＝Pindyck, *op. cit.*,（Chap. 3）参照。同過程を経済問題に導入した最初の作業は，Merton〔17〕である。

12）ジャンプ過程の代替的類型について，Cox＝Ross〔3〕参照。

13）a, bの記号法は，前項でのそれとは異なるものであることに注意されたい。

結びにかえて

新規技術に関して，その創造(供給)面から接近を試みる作業例の数は，枚挙にいとまがない。上では，むしろ，逆の採用(需要)面からの接近が試みられた。情報不足，したがって，予測，期待の不備に起因するキャピタル･ロスの可能性を考慮するとき，新規技術の採用を即断するのではなく，静観する余地を残すことの重要性を説く Schumper の示唆に議論の想を得ている。

それまでの技術採用の問題は，需要者たる企業の既存の技術と市場で利用可能な技術との間の比較の問題でしかなかった。Schumper の上の示唆は，新規技術の採用のタイミングの問題への道筋をつけるものであった。採用タイミングの決定は，１つの新規技術の将来的な収益性，将来的技術変革の時間経路に関する期待に大きく影響されてくる。

上では，静観する立場を待機戦略，採用を即決する立場を即採用戦略と呼び，前者の戦略の価値から後者のそれの純価値を減じた差を Keynes の流動性に発する融通性の価値と位置づけ，両者の価値が均等化する，すなわち，融通性の価値がゼロとなる収益を決定づける生産物価格の閾値において，戦略の転換が図られることが，２通りの場合について確かめられた。

まず，幾何 Brown 運動にしたがう価格(収益)不確実性が作用するところで，現行の利用可能な最良技術に関して，待機戦略から即採用戦略への転換の過程と閾値が示された。

次に，poisson ジャンプ過程にしたがって将来時点に出現し得るより高度な革新技術の到来を待つ待機戦略から現行の最良技術の即採用戦略への技術間にまたがる戦略の転換の過程と閾値(転換価格)が，Poisson ジャンプ=幾何 Brown 過程にしたがう生産物価格(収益)の下で導かれた。このとき，さらに，より高度な革新技術の到来の可能性が高い程，現行技術との技術性能差が大きい程，待機戦略の価値が高まり，融通性が増し，したがって，閾値(転換価格)が上昇し，戦略の転換の可能性は低くなっていくことが結論された。

新規技術の創造，拡散のあり方を確率過程にしたがう不確実性が支配する経済環境の中で検討することは，興味深い発展化の方向であろう。

References

〔１〕 Y. Balcer and S. A. Lippman, “Technological Expectations and Adoption of Improved Technology,” *Journal of Economic Theory*, 34, 1984.
〔２〕 B. S. Bernanke, “Irreversibility, Uncertainty, and Cyclical Investment,” *Quarterly Journal of Economics*, 98, 1983.
〔３〕 J. C. Cox and S.A. Ross, “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Process,” *Journal of Financial Economics*, 3, 1976.
〔４〕 A. Cukierman, “The Effects of Uncertainty on Investment under Risk Neutrality with Endogenous Information,” *Journal of Political Economy*, 88, 1980.
〔５〕 P. Dasgupta and J. E. Stiglitz, “Industrial Structure and the Nature of Innovative Activity,” *Economic Journal*, 90, 1980.

〔6〕 M. H. DeGroot, *Optimal Statistical Decisions*, McGrow-Hill, 1970.
〔7〕 A. K. Dixit and R. S. Pindyck, *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.
〔8〕 J. Hirshleifer, "Liquidity, Uncertainty, and the Accumulation of Information," in *Uncertainty and Expectations in Economics*, eds. C. F. Carter and J. L. Ford, Basil Blackwell, 1972.
〔9〕 R. Jensen, "Adoption and Diffusion of an Innovation of Uncertain Profitability," *Journal of Economic Theory*, 27, 1982.
〔10〕 R. A. Jones and J. M. Ostroy, "Flexibility and Uncertainty," *Review of Economic Studies*, 51, 1984.
〔11〕 M. I. Kamien and N. L. Schwartz, "On the Degree of Rivalry for Maximum Innovative Activity," *Quarterly Journal of Economics*, 90, 1976.
〔12〕 T. Lee and L. Wilde, "Market Structure and Innovations : A Reformulation," *Quarterly Journal of Economics*, 94, 1980
〔13〕 G. Loury, "Market Structure and Innovation," *Quarterly Journal of Economics*, 93, 1979.
〔14〕 A. G. Malliaris and W. A. Brock, *Stochastic Methods in Economics and Finance*, North-Holland, 1982.
〔15〕 R. Manning and J. McMillan, "Public Intermediate Goods, Production Possibilities, and International Trade," *Canadian Journal of Economics*, 12, 1979.
〔16〕 E. Mansfield, *Industrial Research and Technological Innovation*, Norton, 1968.
〔17〕 R. C. Merton, "Option Pricing When Underlying Stock Returns Are Discontinuous," *Journal of Financial Economics*, 3, 1976.
〔18〕 J. F. Reinganum, "Dynamic Games of Innovation," *Journal of Economic Theory*, 25, 1981.
〔19〕 ________, "A Dynamic Game of R & D : Patent Protection and Competitive Behavior," *Econometrica*, 50, 1982.
〔20〕 ________, "Technology Adoption under Imperfect Information," *Bell Journal of Economics*, 14, 1983.
〔21〕 N. Rosenberg, "Factors of Affecting the Diffusion of Technology," *Explorations in Economic History*, 9, 1972.
〔22〕 ________, "On Technological Expectations," *Economic Journal*, 86, 1976.
〔23〕 F. M. Scherer, "Research and Development Resource Allocation under Rivalry," *Quarterly Journal of Economics*, 81, 1967.
〔24〕 J. A. Schumpeter, *Capitalism, Socialism, and Democracy*, 3rd ed., Harper & Row, 1950.
〔25〕 J. Vickers, "The Evolution of Market Structure When There Is a Sequence of Innovations," *Journal of Industrial Economics*, 35, 1986.