

数理最適化による学生のプロジェクト配属の決定

Assigning Students to Projects by Mathematical Optimization

ネットワーク情報学部 橋本 莉奈, 高野祐一

School of Network and Information Rina HASHIMOTO, Yuichi TAKANO

Keywords: project, matching, assignment problem, mathematical optimization

Abstract

“Project” is a required third-grade course in the School of Network and Information, Senshu University. The currently-used method for assigning students to projects has certain drawbacks. To make better project assignments, we use a mathematical optimization model and verify effectiveness of our approach through numerical experiments.

1. はじめに

専修大学ネットワーク情報学部では、従来の学部のゼミナールに代わる科目として「プロジェクト」を3年次の必修科目としている。この科目では、まず学生や教員がプロジェクトのテーマを起案し、テーマごとに担当教員を決定する。その後、各プロジェクトに学生を配属し、担当教員の指導の下で1年間かけて学生が共同で研究や開発を行なう。プロジェクトはネットワーク情報学部のカリキュラムの中心となる科目であり、プロジェクト活動を充実させることは、担当教員と学生の双方にとって非常に重要である。

現行のプロジェクト配属は2回募集方式によって決定されている。1次募集では学生は第1希望のプロジェクトに応募する。各プロジェクトの担当教員は採用学生を決定し、2次募集の実施の有無を表明する。2次募集では未採用の学生が、2次募集を実施するプロジェクトの中から第1~3希望を提出する。ここでも各プロジェクトの担当教員が採用学生を決定し、必要に応じて交渉や調整を行なって、最終的なプロジェクト配属が決定する。例年250名程度の学生がプロジェクトを履修し、プロジェクトの数は30程度である。各プロジェクトの定員は8名程度、上限人数は9名とされ、最終的な人数は6~9名が目安とされている。

しかしながら、上述の2回募集方式には以下のような問題点がある。最初の問題点は、学生は1次募集では第1希望のプロジェクトしか表明できないことである。それゆえ希望度の高いプロジェクトが複数あったとしても、そのような学生の希望が反映されることはない。第2の問題点は、学生は自分の第1希望のプロジェクトに正直に応募することが最善な策とは限らないこと、いわゆる耐戦略性の欠如である。例えば学生は2次募集に回されるのを避けるため

に、人気のあるプロジェクトを避けて応募する動機があり、このような戦略が必要となる募集方式は好ましくない。第3の問題点は運用に手間がかかることであり、プロジェクト募集を担当する教員は、2回の募集を通じて学生や教員と繰り返しやり取りする必要がある。最後の問題点は2次募集に回ってしまう学生の存在であり、興味のあるプロジェクトが2次募集に残っていなければ、プロジェクト活動に対する意欲が低下してしまう可能性がある。

このように人と組織のマッチングを決定する問題（割当問題）に対しては様々な方法が提案されている[2, 3, 4, 6]。受入保留方式やトップ・トレーディング・サイクル・アルゴリズムは、理論的に良い性質を持つマッチングを短時間で見つけることができる[4]。しかし、これらのアルゴリズムを適用するためには、学生はすべてのプロジェクトに対する希望順位を提出する必要がある、プロジェクト数が多い場合には学生の負担が大きい。

そこで本稿では、クラス編成問題のための数理最適化モデル[3, 6]を利用する。この方法では、学生の各プロジェクトに対する希望度を調査し、プロジェクト配属問題を数理最適化モデルとして定式化し、最適化ソルバー[7, 8]を用いて最適解を求める。また数理最適化モデルでは、学生の成績を考慮してプロジェクト配属を決定することもできる[6]。本稿の目的は、数理最適化モデルを利用して、現行の2回募集方式よりも優れたプロジェクト配属を実現することである。

本稿では数値実験を通して、2回募集方式と数理最適化モデルによるプロジェクト配属の結果を比較する。数値実験の結果、2回募集方式と比較して、数理最適化モデルは学生の配属プロジェクトに対する希望度の総和を約11%改善することができた。また、成績を考慮した数理最適化モ

デルを利用することで、成績の良い学生を優先して希望度の高いプロジェクトに所属しつつ、2回募集方式よりも学生の希望度の総和を改善することができた。

本稿の2節では、学生のプロジェクト配属を決定する数理最適化モデルについて説明する。3節で数値実験の結果とその考察を述べる。4節で本稿のまとめと今後の課題を述べる。

2. 数理最適化モデル

本節では、学生のプロジェクト配属を決定する数理最適化モデル[3, 6]について説明する。

2.1. 決定変数

プロジェクトの総数を m 、学生の総数を n とし、プロジェクトを表す添え字を $i = 1, 2, \dots, m$ とし、学生を表す添え字を $j = 1, 2, \dots, n$ とする。

学生 j をプロジェクト i に所属するかどうかを表す 0-1 決定変数を以下のように定義する。

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{学生 } j \text{ をプロジェクト } i \text{ に所属する場合} \\ 0 & \text{学生 } j \text{ をプロジェクト } i \text{ に所属しない場合} \end{cases}$$

2.2. 制約条件

第1の制約条件は、学生はそれぞれ必ず一つのプロジェクトに所属されることである。この制約条件は以下のように記述できる。

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

第2の制約条件は、プロジェクトの定員に関する条件である。プロジェクト i の所属人数を a_i 人以上 b_i 人以下とすると、この制約条件は以下のように記述できる。

$$a_i \leq \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

最後の制約条件は決定変数の 0-1 整数条件であり、以下のように記述できる。

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$$

2.3. 目的関数

上記の制約条件の下で、学生の希望度の総和が最大にな

るようにプロジェクト配属を決定する。本稿では学生の希望度の評価方法として、自由配点法[3]の利用を想定する。この方法では、学生の第1希望のプロジェクトに対する希望度は必ず100点とし、それ以外のプロジェクトに対する希望度は0点以上100点以下の範囲で設定する。

自由配点法により設定した、学生の希望度を表す定数を以下のように定義する。

$$p_{ij} = \begin{cases} 100, & \text{学生 } j \text{ がプロジェクト } i \text{ を} \\ & \text{第1希望とする場合} \\ 0 \sim 100, & \text{学生 } j \text{ がプロジェクト } i \text{ を} \\ & \text{第2希望以下とする場合} \end{cases}$$

このとき、配属されたプロジェクトに対する学生の希望度の総和は、以下のように記述できる：

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m p_{ij} x_{ij}$$

2.4. 定式化

以上をまとめると、プロジェクト配属を決定する数理最適化モデルは、以下のように定式化することができる。

$$\text{目的関数 : } \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m p_{ij} x_{ij} \rightarrow \text{最大}$$

$$\text{制約条件 : } \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$a_i \leq \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$$

2.5. 成績の考慮

プロジェクト配属決定の際に、成績の良い学生を優先して第1希望のプロジェクトに所属するために、本稿では学生の第1希望のプロジェクトに対する希望度を以下のように設定する。

$$p_{ij} = 100 + \alpha \cdot s_j$$

ただし、 s_j は学生 j の成績を表す定数とし、 α は成績の重要度を表す非負値のパラメータとする。このように希望度を設定することで、成績の良い学生を優先して第1希望のプ

プロジェクトに配属することができ、その優先度はパラメータ α の値によって調整することができる。

3. 数値実験

本節ではプロジェクト配属の数値実験の結果を示し、数理最適化モデルの有効性を検証する。

3.1. 分析データ

プロジェクトの履修学生は 250 名とし、そのうち 100 名はプロジェクト起案者として配属プロジェクトは事前に決定しているものとする。したがって、プロジェクトに応募する学生は 150 名 ($n = 150$) とし、プロジェクト数は 30 ($m = 30$)、各プロジェクトの定員は 6 名以下 ($a_i = 0, b_i = 6$) とした。

プロジェクトは人気プロジェクト・標準プロジェクト・不人気プロジェクトが 10 種類ずつあると想定し、学生のプロジェクトへの希望度は人気プロジェクトに対しては平均 60 点、標準プロジェクトに対しては平均 40 点、不人気プロジェクトに対しては平均 20 点とし、標準偏差はすべて 20 点として正規乱数により生成した。ただし、希望度は 0 点以上 100 点以下になるよう切り上げ・切り下げを行なった。希望度は一定の割合で無作為に 0 点に置換することで、学生の希望度の入力数を調整し、各学生の第 1 希望の希望度は必ず 100 点とした。

学生の成績は 1~150 点とし、学生の添え字に関して以下のように降順に設定した。

$$s_j = 151 - j \quad (j = 1, 2, \dots, 150)$$

3.2. 2回募集方式の模擬実験

現行の 2 回募集方式の模擬実験として、C 言語を用いて以下のようなプログラムを実装した。

- 1 次募集では、学生は第 1 希望のプロジェクトに応募し、定員数の上限まで成績順に採用される。
- 2 次募集では、未採用の学生は全プロジェクトに対する希望度を表明し、希望度の高い順に（希望度が同じ場合は成績順に）定員数の上限まで採用される。

3.3. プロジェクトの配属方法

数値実験では、以下のプロジェクト配属方法の結果を比較する。なお数理最適化モデルは、モデリング言語 ZIMPL と最適化ソルバー SCIP [1, 5] を用いて求解した。

- **2 回募集方式** …2 回募集方式の模擬実験 (3.2 節)
- **希望度最大化** …学生の成績を考慮せず、希望度の総和を最大化する数理最適化モデル
- **成績考慮 ($\alpha = 0.25$)** …学生の成績を考慮した数理最適化モデル ($\alpha = 0.25$ と設定)

- **成績考慮 ($\alpha = 1.0$)** …学生の成績を考慮した数理最適化モデル ($\alpha = 1.0$ と設定)

3.4. 実験結果 (1) : 配属方法の比較

本節では、「学生が配属されたプロジェクトに対する希望度の総和」と「学生の成績と配属プロジェクトに対する希望度の相関係数」の観点から、4 種類の配属方法を比較する。ただし、学生が希望度を入力するプロジェクト数は平均 6 個と想定し、8 割の希望度は事前に 0 に置換した。

4 種類の配属方法の結果の要約を表 1 に示す。希望度最大化モデルは 2 回募集方式の希望度の総和を約 11% 改善しているが、一方で成績と希望度の相関係数は 2 回募集方式と比較して大きく低下している。この理由としては、2 回募集方式は成績順に学生を採用しているが、希望度最大化モデルでは成績を全く考慮していないことがある。

成績考慮 ($\alpha = 1.0$) モデルは、学生の成績を重視してプロジェクト配属を決定するため、成績と希望度の相関係数は 2 回募集方式と同じくらい高いが、希望度最大化モデルと比較すると希望度の総和の改善は小さい。成績考慮 ($\alpha = 0.25$) モデルは、希望度最大化モデルと比較すると希望度の総和は同じくらい高く、成績と希望度の相関係数は大きく改善している。

表 1: プロジェクト配属の結果の要約

配属方法	希望度の総和	成績と希望度の相関係数
2 回募集方式	9986	0.679
希望度最大化	11112	0.078
成績考慮 ($\alpha = 0.25$)	11009	0.382
成績考慮 ($\alpha = 1.0$)	10403	0.683

4 種類の配属方法における配属学生の希望度の分布を図 1~4 に示す。2 回募集方式 (図 1) では 11 名の学生が希望度 0 点のプロジェクトに配属されてしまうが、希望度最大化モデル (図 2) では全学生を希望度 20 点以上のプロジェクトに配属している。成績考慮 ($\alpha = 0.25$) モデル (図 3) でも 1 名を除いた全学生を希望度 20 点以上のプロジェクトに配属しているが、成績考慮 ($\alpha = 1.0$) モデル (図 4) では 5 名の学生が希望度 0 点のプロジェクトに配属されてしまう。

4 種類の配属方法における配属学生の成績と希望度の散布図を図 5~8 に示す。2 回募集方式 (図 5) と成績考慮 ($\alpha = 1.0$) モデル (図 8) では、成績と希望度の間に正の相関が見られ、成績上位の学生のほとんどが第 1 希望 (希望度 100 点) のプロジェクトに配属されている。特に成績考慮 ($\alpha = 1.0$) モデルでは、希望度 0 点のプロジェクトに配属されるのは成績下位の学生のみとなっている。希望度最大化モデル (図 6) では成績と希望度の間に相関は見られないが、成績考慮 ($\alpha = 0.25$) モデル (図 7) では成績上

位の学生の希望度が高くなっていることが確認できる。

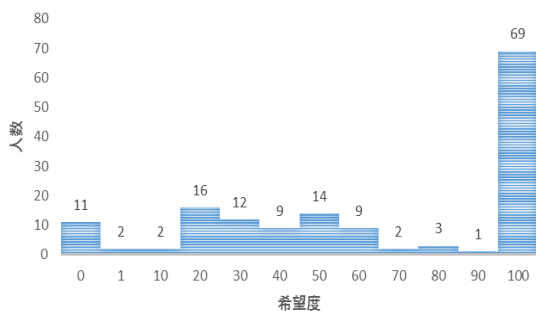


図 1 : 配属学生の希望度の分布 (2回募集方式)

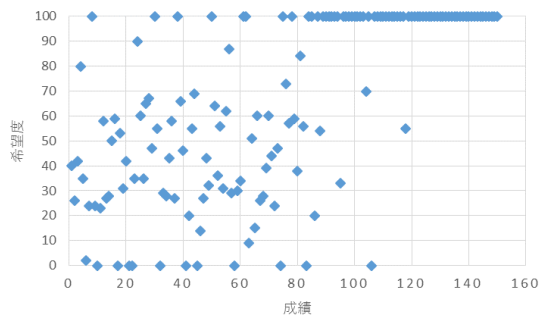


図 5 : 成績と希望度の散布図 (2回募集方式)

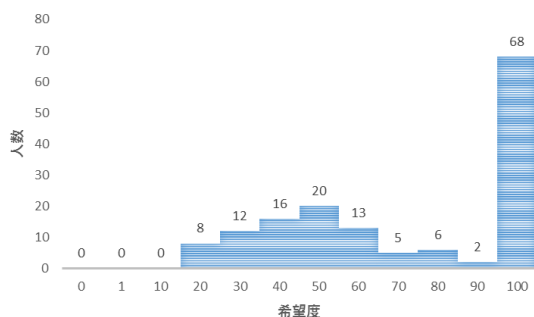


図 2 : 配属学生の希望度の分布 (希望度最大化)

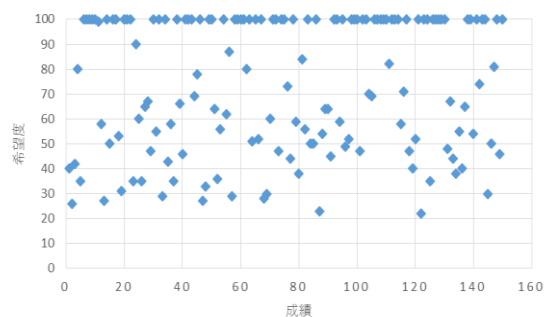


図 6 : 成績と希望度の散布図 (希望度最大化)

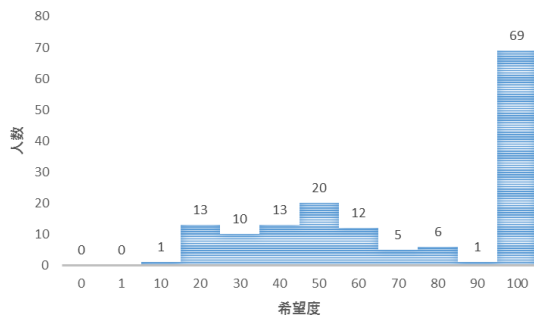


図 3 : 配属学生の希望度の分布 (成績考慮 ($\alpha = 0.25$))

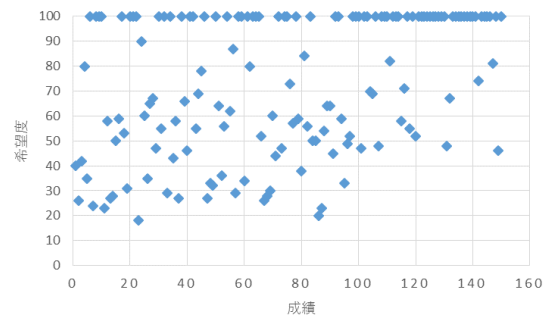


図 7 : 成績と希望度の散布図 (成績考慮 ($\alpha = 0.25$))

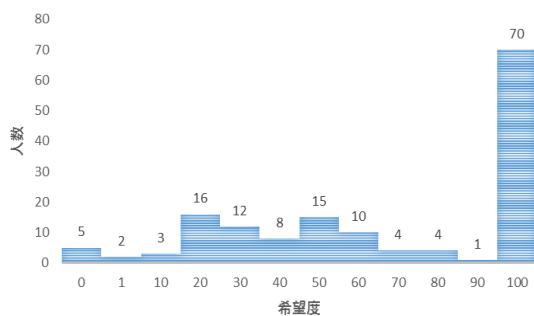


図 4 : 配属学生の希望度の分布 (成績考慮 ($\alpha = 1.0$))

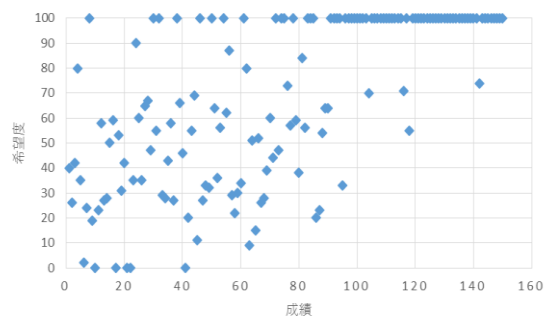


図 8 : 成績と希望度の散布図 (成績考慮 ($\alpha = 1.0$))

以上の結果を考慮すると、配属プロジェクトに対する希望度を大きく改善でき、学生の成績と希望度の相関もある程度考慮できる成績考慮 ($\alpha = 0.25$) モデルが有効だと考えられる。

3.5. 実験結果 (2) : 希望度入力数の比較

本節では、成績考慮 ($\alpha = 0.25$) モデルを用いて、学生が希望度を入力するプロジェクト数の影響を調べる。学生が希望度を入力するプロジェクト数が平均 3 個の場合の結果を図 9 に、平均 12 個の場合の結果を図 10 に示し、図 3 (平均 6 個入力) と結果を比較する。

入力数が平均 3 個の場合 (図 9) では、11 名の学生が希望度 0 点のプロジェクトに配属されてしまう。また入力数が平均 12 個の場合 (図 10) では、平均 6 個の場合 (図 3) と比較して学生の希望度が改善されているが、学生が希望度を入力する手間も大きいと考えられる。

以上の結果を考慮すると、学生には 6 個程度のプロジェクトに希望度を入力させ、成績考慮 ($\alpha = 0.25$) モデルを用いてプロジェクト配属を決定するのが望ましいと考えられる。

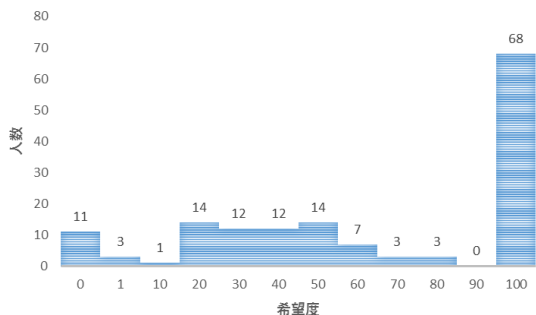


図 9 : 配属学生の希望度の分布 (平均 3 個入力)

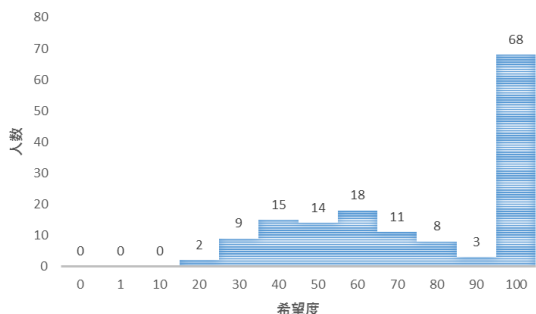


図 10 : 配属学生の希望度の分布 (平均 12 個入力)

4. おわりに

ネットワーク情報学部の 3 年次必修科目「プロジェクト」では、2 回募集方式によって学生のプロジェクト配属を決定しているが、この配属方法にはいくつかの問題点が挙げられる。本稿では、これらの問題点を解消するために、数理最適化モデルを利用してプロジェクト配属を決定した。

2 回募集方式は、募集を 2 回行なう手間がかかり、学生が配属されたプロジェクトに対する希望度の総和も低かった。一方で数理最適化モデルでは、定員を守りつつ希望度の総和が高いプロジェクト配属を一度に決定することができた。また成績を考慮した数理最適化モデルを利用することで、成績の良い学生を優先して希望度の高いプロジェクトに配属することができた。

今後の課題としては、担当教員や起案学生の要望を反映してプロジェクト配属を決定することが考えられる。例えばプロジェクトによって求める人材が異なる場合には、専門科目ごとの成績や担当教員による評価を考慮してプロジェクト配属を決定する必要があるだろう。

本稿がネットワーク情報学部の充実したプロジェクト活動の一助となれば幸いである。

参考文献

- [1] Achterberg, T. (2009). SCIP: Solving constraint integer programs. *Mathematical Programming Computation*, 1, 1-41.
- [2] 片岡達, 茨木俊秀 (2008). 「研究室配属のための一方式の提案とその数理的考察」『日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌』 51, 71-93.
- [3] 今野浩, 後藤順哉 (2011). 『意思決定のための数理モデル入門』 朝倉書店.
- [4] 坂井豊貴 (2013). 『マーケットデザイン—最先端の実用的な経済学』 筑摩書房.
- [5] 高野祐一 (2016). 「ZIMPL 言語と SCIP による数理最適化」『専修ネットワーク&インフォメーション』 24, 9-14.
- [6] 掘田敬介 (2016). 「最適化技術のクラス編成問題への適用」『経営論集』 2, 1-18.
- [7] 宮代隆平, 松井知己 (2006). 「ここまで解ける整数計画」『システム/制御/情報』 50, 363-368.
- [8] 宮代隆平 (2012). 「整数計画ソルバー入門」『オペレーションズ・リサーチ : 経営の科学』 57, 183-189.