Economic Bulletin of Senshu University
Vol. 57, No. 2, 1-27, 2022

世代重複経済における Rawls 規準下の最適人口*

中島　巖**

〈要約〉

狩猟を専らとする原始社会において，今日の勢子と狩子に準ずる役割の分担化がすでに始まっており，それは，また，社会の人々の紐帯を確かなものにしていた筈である。後に塤(けん)と呼ばれる卵型の土笛の原形となる呼子が合図の道具として用いられていた筈である。笛の合図が聴取可能で，絆の確かさを感取し得る距離に限定される空間の中で，自ずと最適な社会規模，したがって最適な人口規模が形成されてくる。

農業革命を経て社会は定住化し，フロー型の狩猟社会に相違して様々な正負のストックが貯えられていく。このとき，社会規模，そして人口規模は定住した土地の自然扶養力(carrying capacity) に制約されるのみならず，密集化に伴なうウィルス対人間の間の捕食者−被食者関係がもたらす疫病の発生にも制約される。もはや，最適な人口規模のあり方は，自明ではなくなる。さらに，都市が勃興し，その都市間を結ぶ長距離交易が発達するにつれ，疫病伝播も広域化する。最適人口規模のあり方は，増々，自明でなくなっていく。

しかるに，自然法を礎とする(新)古典派経済学は，経済成長を論ずるに当たり，人口成長率を神の差配に委ね，経済体系内の諸々の事象とは独立であるとみなし，人口成長率は一定で，幾何級数的に増加すると仮定する。

反古典派的立場から，所与の環境の下で最も好ましい人口密度の規模を問う Wicksell の問題提起の後に続く議論の展開においても，最適概念自体が定着をみせたとは言い難い。

以下では，まず，功利主義が支配する世代非重複経済の文脈で，次いで，功利主義に代わる Rawls マキシミン規準が適用される世代重複経済の文脈で，人口成長率を制御変数とするところでの最適人口成長経路のあり方が検討される。

JEL 区分：J11
キーワード：Meade ルール，マキシミン規準，最適人口

---

*　筆者は J. G. Riley 教授の御教示に感謝する。本稿は，学内誌上における筆者の(人間可読的(human readable)な)理論的作業の130篇目に当たる。当初の予定にしたがって，本稿を以って，理論的作業の一応の区切りとする。

**　専修大学名誉教授

序

公的債務は更なる公的債務を呼び，いずれ破綻に終ると信じられていた。国民貯蓄が，世代間公平どころか，かかる財政神話に支配されていた。かかる独断（dogma）は，貪欲な現行消費を抑え込む呪文のように作用した。

多額の債務超過は本来的にインフレ体質をもつとする現代神話は，アカデミズムが政府債務の経済成長に及ぼす影響について議論を上下する契機を与え続けた。Ricardo は，債務超過は経済成長を阻害する，だから反対である，という名高い主張を残した。

伝統的経済学の中で，公平ないし正義の標準が功利主義であることは言を俟たない。後にみる Ramsey＝Weizsäcker 貯蓄モデルは，時間選好のない Fisher の家計貯蓄モデルに酷似している。現世代による１単位の犠牲は将来世代に１単位以上の便益をもたらす可能性があるという功利主義的利得（utilitarian gain）を笠に着て，最適状態の実現のために黄金律（Golden Rule）への到達を目指した消費削減による貯蓄増加への督励化が叫ばれることになる。現世代における資本蓄積不足は前世代に因があるにも関らず，消費削減を迫られる。

複数世代生存家計による貯蓄が複数世代生存社会による資本蓄積の寓話とされている。時代の流れの中で，偶々居合わせただけなのに，何故，現世代が苦痛を背負い込まなければならないのか。かかる現世代の不服に適切な説明を下せる世代間公平ないし正義の概念の適用化が図られるべく要請されてくる。

Rawls は‘A Theory of Justice’（1971）を公刊し，功利主義に取って代わる規準として‘マキシミン原理’（maximin criterion）を引っ提げて登場した。Rawls 自身，気乗りはしなかったが，マキシミン原理が世代間公平ないし正義の概念として各分野で引っ張凧となっていく。公正な社会とは，租税，資本蓄積，そして国家債務を最も効用の享受の低い世代の生涯効用を最大化すべく運用する社会であると。しかしながら，当時の支配的知見からは，マキシミン経済成長は，もはや成長ではない，むしろ反成長の概念である，と位置づけられるごとくであった。（同書発刊直後の経済学側からの反応として，Arrow［１］, Solow［15］, Varian［16］, さらに, Riley［13］等参照。）

しかるに，上の議論には人口成長に関する視点が欠如していた。わずかに，Calvo の1974年のディスカッション・ペイパー‘Optimal‘Maximin’Population and Capital over Time’（The Economic Workshop Discussion Paper, 73-7419, Columbia University）が例外を成す。その後，同ディスカッション・ペイパーの大筋は，Calvo［４］として，1979年に公刊される。（同時に，Calvo［２］,［３］をも参照。）

我々の本稿の目的は，人口成長の最適経路のあり方を検討することにある。まず，次節では，対比のために，Meade［８］, Dasgupta［５］の示唆に拠りながら，世代重複のない功利主義的経済における最適人口成長率の内生的決定，次いで，人口成長率が制御変数となるところでの最適人口成長のあり方をみる。

次いで，第２節では，Calvo［４］の示唆に拠りながら，世代重複経済において，Rawls マキシミン規準の下での最適人口成長率の内生的決定，次いで，人口成長率が制御変数となるところでの最適人口成長率経路のあり方をみる。

最後に，若干の結論的言及がなされる筈である。

なお，本稿は最終稿ではない。

第１節　世代非重複経済

1．人口の最適性

本節では，次節との対比のために世代が重複しない経済における最適人口成長経路のあり方をみる。

本項では，最適人口概念の誕生以来の展開を概観し，Meade［８］の示唆にしたがって，厚生生存水準（welfare subsistence level）が想定されるところでの最適人口のあり方をみる。

所与の環境の下で最も好都合な人口密度の度合を問う Wicksell の問題提起以来，最適人口は，所与の天然資源，技術状態，標準労働時間の下で最大の１人当たり産出量を保証する人口であるとする見解が展開されていったごとくである。[1)]

しかるに，社会の経済厚生は資本蓄積率と人口成長率を決定する政策のあり方如何に影響され，人口の最適規模は既存の資本ストック規模に依存し，最適貯蓄率は既存の人口数に依存するとすれば，人口政策は現行の貯蓄政策なしには策定し得ない。両者は，同時に考慮に含められなければならない。かかる認識の下で，最適性の規準として，現在から無限時点にいたるすべての世代の総割引厚生の最大化が示唆されてくる。問題は，かかる最大厚生を達成する貯蓄率と人口規模を選択することに帰着する。

ところで，各世代の厚生は生活水準を反映するものであるべきであり，したがって，最大化されるべきは１人当たりの割引厚生和であるとする主張もあり得る。しかるに，労働人口の増加にともなう平均生産物の逓増化に反映される規模の経済性がない限り，ある所与の政策の下では労働人口が速やかに低下すればする程より望ましい政策が必ず存在することになる。かかる状態は，こうした最適性規準を斥けるための強力な理由づけに利用され兼ねない。

総割引厚生の最大化は，ある世界にもう１人加入することの最終的価値と既存者の消費をもう少し増やしてやることのそれとの比較を促がす。このことは，厚生指標の正確な原点をいずれに定めるかについて合意が出来上らなければならない。すなわち，個人の効用がゼロと判断される消費率に関する合意が必要となる。しかるに，その判断は難しく，厚生規準としての採用には反対が付き纏う。だからと言って，厚生規準の選択は簡明さに基礎付けられてはならない。

ところで，Meade, *op. cit.*, は，個人の消費率が低いときその厚生が負となると仮定し，高いときの生活は楽しさを享受させるものとなり厚生は正となると想定し，生活が丁度楽しいそれに転ずる消費率 C_0 が存在するとして，かかる消費水準 C_0 を厚生生存水準（welfare subsistence level）と呼んだ。このとき，個人の厚生は，

$$u'(C)>0,\quad u''(C)<0,\quad \lim_{C\to 0}u'(C)=\infty \tag{1}$$

$$u(C_0)=0,\quad \text{and}\quad \int_{C_0}^{\infty}u'(C)\,dC=B\leq\infty \tag{2}$$

を満たすような効用水準 $u(C)$ によって表わされる。（**図-1**参照。）以下では，限界効用が等弾力的（iso-elastic）となる等弾力性効用函数（iso-elastic utility function）

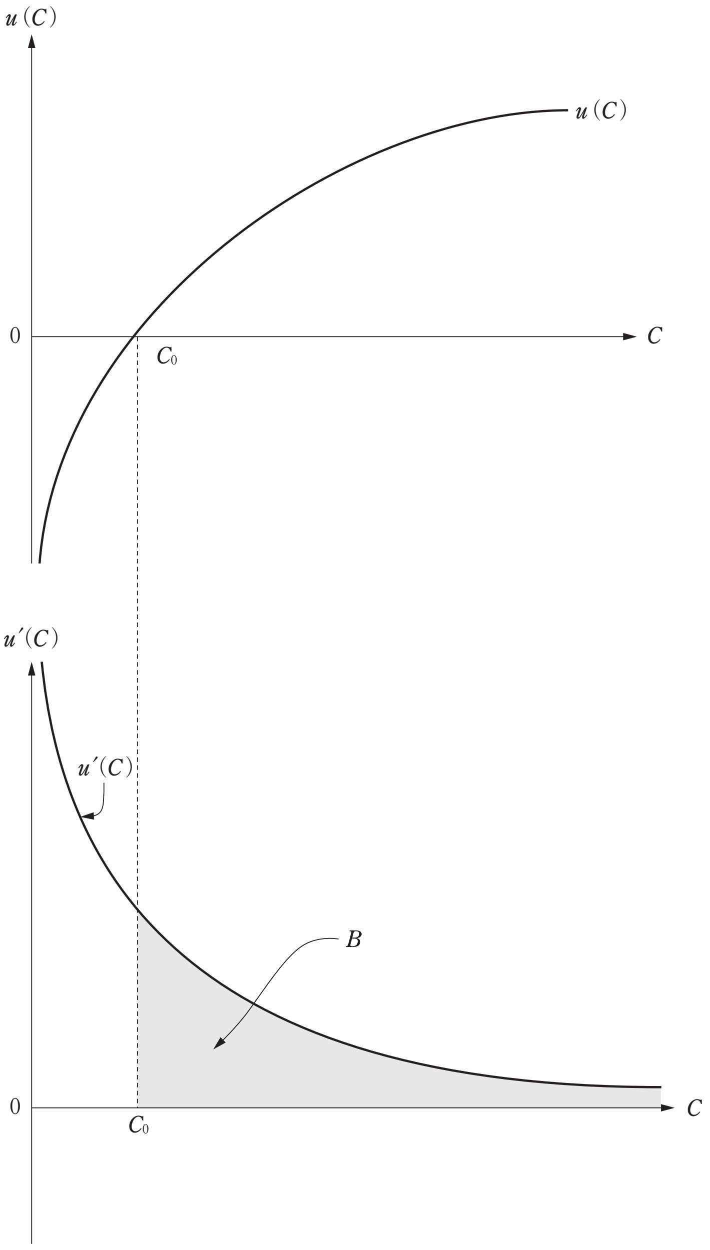

図-1

$$u(C) = B - C^{-\nu} (\nu > 0), \text{ and } \quad B = C_0^{-\nu} \tag{3}$$

を想定する。

ここで，想定する経済の生産面を特定しよう。いま，規模に関する収穫一定性（constant returns to scale）をもつ生産函数を $F(K(t), L(t))$ とすると，総消費量 $C(t)$ は，

$$C(t) = F(K(t), L(t)) - \dot{K}(t) \tag{4}$$

で表わされる。ただし，$K(t)$ は資本ストック量，$L(t)$ は労働量，$\dot{K}(t)$ は投資量を表わす。ここで，実現可能性（feasibility）のために，初期値について，$C(0) \geq 0, K(0) \geq 0, L(0) \geq 0$ がしたがうものとする。

すでに示唆したごとく，最適性の規準として現在から無限時点までのすべての世代の割引総厚生の和を適用しよう。しかるに，無限積分の収束性を要請しないとするとき異なった選好が必要とされてくる。そのため，Koopmans［7］, von Weizsäcker［17］は，ある政策 $\{\underline{C}(t), \underline{L}(t)\}$ が他の政策 $\{C(t), L(t)\}$ より望ましいのは，割引率 ρ の下で，すべての $t \geq T$ なる t に対して

$$\int_0^t e^{-\rho t} \underline{L}(\tau) u \left[\underline{C}(\tau) / \underline{L}(\tau) \right] d\tau \geq \int_0^t e^{-\rho t} L(\tau) u \left[C(\tau) / L(\tau) \right] d\tau \tag{5}$$

がしたがうような T が存在する場合であるとする。

さて，規模に関して収穫一定性をもつ生産函数は 1 次同次（linear homogeneous）であるから

$$F(K, L) = LF(K/L, 1) \equiv Lf(k) \tag{6}$$

がしたがう。ただし，$k = K/L$ であり，さらに，$c = C/L, n = \dot{L}/L$ とすれば，上の（4）式は，

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - n(t) k(t) \tag{7}$$

と書き改められる。

いま，割引限界効用を $p(t) = e^{-\rho t} u'(\bar{c}(t))$ とするとき，Ramsey ルール（Ramsey Rule）は，最適経路上で割引限界効用の逓減率（%）が，すべての時点で資本の限界生産力に等しいことを主張する。すなわち，

$$-\frac{\dot{p}}{p} = f'(\underline{k}), \quad \text{where} \quad p(t) = e^{-\rho t} u'(\underline{c}(t)) \tag{8}$$

がしたがう。

次に，消費の等分配を享受する新成員が社会に加入するものとするとき，総厚生利得（gain）は，新加入成員の消費の割引効用となる一方で，損失（loss）は，既存の成員が新成員の消費を平均水準にまで補ってやらなければならないことから生ずる。かかる損失は，消費の割引限界効用に新成員の消費の限界生産物を上回る超過分を乗じた値となる。最適な人口経路上において，最後の新成員の加入に際して総厚生の利得と損失が均等化しなければならない。すなわち，

$$u(\underline{c}) = u'(\underline{c}) \left[\underline{c} - (f(\underline{k}) - \underline{k} f'(\underline{k})) \right] \tag{9}$$

がしたがう。ただし，$t \to \infty$ につれ $p\underline{K} \to 0$ がしたがわなければならない。かかる主張は，Meade ル

ール（Meade Rule）と呼ぶことができよう。(8)，(9)式を満たす$\underline{C}(t)$，$\underline{K}(t)$，$\underline{L}(t)$，$\underline{c}(t)$，$\underline{k}(t)$が最適政策を構成する。[2)]

さて，ここで，効用函数を等弾力性型のそれ

$$u(c)=B-c^{-\nu}(\nu>0),\ \text{and}\quad B=c_0^{-\nu} \tag{10}$$

に特定し，Ramsey ルール，Meade ルールを満たす最適政策のあり方をみる。

直ちに，

$$p=-\rho e^{-\rho t}\nu c^{-(1+\nu)} \tag{11}$$

$$\dot{p}=\rho^2 e^{-\rho t}\nu c^{-(1+\nu)}+\rho e^{-\rho t}\nu(1+\nu)c^{-(1+\nu)}\frac{\dot{c}}{c} \tag{12}$$

がしたがい，Ramsey ルールは，

$$-\frac{\dot{p}}{p}=\rho-(1+\nu)\frac{\dot{c}}{c}=f'(k) \tag{13}$$

$$\text{or}\quad \frac{\dot{c}}{c}=\frac{f'(k)-\rho}{1+\nu} \tag{14}$$

で与えられる。

次に，Meade ルールは，

$$B-c^{-\nu}=\nu c^{-(1+\nu)}\left[c-f(k)+kf'(k)\right] \tag{15}$$

を与える。

ここで，(7)，(14)，そして(15)式が構成する体系の定常均衡値を求めよう。[3)] いま，(14)式が与える$f'(k)=\rho$ を満たす定常解を$\bar{k}$ とすれば，(15)式は，

$$B=c^{-\nu}-\nu c^{-(1+\nu)}\left[f(\bar{k})-\bar{k}f'(\bar{k})-c\right]=\chi(c) \tag{16}$$

と書き改められる。いま，$c\to 0$ につれ$\chi(c)\to-\infty$，さらに，$c\to\infty$につれ，$\chi(c)\to 0$ がしたがうことに注意し，

$$c^*=f(\bar{k})-\bar{k}f'(\bar{k}) \tag{17}$$

$$\bar{B}=c^{*-\nu} \tag{18}$$

と表わそう。すなわち，$\chi(c^*)>0$ から，χ は $c=c^*$において最大値を実現する。

ところで，(15)式は，$B\leq\bar{B}$ なる B に対してのみ解をもつ。$0<B<\bar{B}$ に対して，c に関して一方で c^*より小さい解 $\underline{c}$，他方で c^*より大きい解 $\bar{c}$ の 2 通りの解が存在する。$\underline{c}<c^*$であるから $B-\underline{c}^{-\nu}<0$ がしたがい，$\bar{c}>c^*$から $B-\bar{c}^{-\nu}>0$ がしたがう。(**図-2**参照。[4)])

ここで，再び，(7)式

$$\dot{k}(t)=f(k(t))-c(t)-n(t)k(t) \tag{19}$$

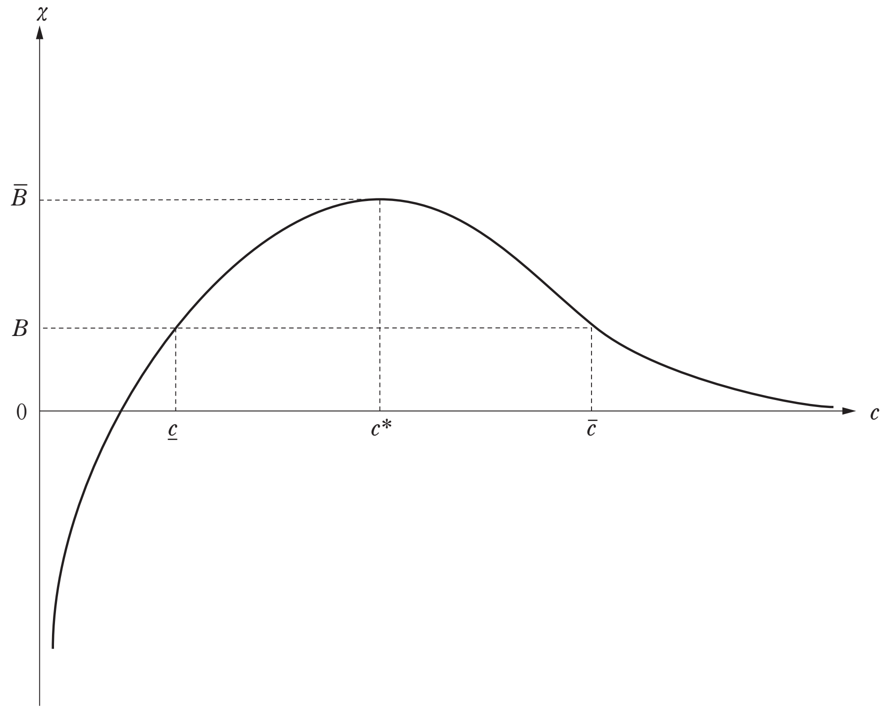

図-2

を想起すれば，定常人口成長率

$$\bar{n} = \frac{f(\bar{k}) - \bar{c}}{\bar{k}} \tag{20}$$

がしたがう。しかるに，$B = \overline{B}$ のとき，$\underline{c} = \bar{c} = c^*$，したがって，$\bar{n} = f'(\bar{k}) = \rho$ を得る。$B < \overline{B}$ のとき，$\bar{c} > c^*$，$\bar{n} < \rho$ がしたがい，$\bar{c} = f(\bar{k})$ のとき

$$B = \underline{B} = \left[f(\bar{k}) \right]^{-\nu} \cdot \left[1 + (\nu \bar{k} f'(\bar{k}) / f(\bar{k})) \right] \tag{21}$$

を得る。したがって，$B < \underline{B}$ のとき，$\bar{n} < \rho$ を得る。

以上から，均衡方程式の定常解は $B \leq \overline{B}$ のときのみ存在し，$B < \overline{B}$ に対して，２つの解の大きい方のみに注目すれば，$B - \bar{c}^{-\nu} > 0$，かつ $\bar{n} < \rho$，さらに，$\underline{B} \leq B < \overline{B}$ のとき $0 \leq \bar{n} < \rho$ がしたがうことが帰結される。

2. 最適人口成長経路

本項では，人口成長率自体の制御可能性が存在するところでの最適人口成長率のあり方をみ，等弾力性効用函数が想定されるとき Ramsey ルール，Meade ルールが満たされる可能性をみてみる。

前項においては，人口成長率に対し何ら制約が課せられることはなかった。しかるに，人口の移

(出)入，疫病流行等の要因が考慮されるとき，人口の最適規模の決定の必要性に迫られるかもしれない。すでに示唆したごとく，社会の経済厚生は，資本蓄積率と人口成長率に依存する。いずれの時点においても，人口の最適規模は既存の資本ストックに依存し，最適貯蓄率は既存の人口規模に依存する。両者は同時に勘案されなければならない。したがって，体系の最適人口成長経路をみるためには，人口成長率と同時に貯蓄率が制御変数として取扱われなければならないことになる。

ところで，閉体系を成す経済に対しては，人口成長率に制約を課すことが必要となる。ここで，所与の初期値 $K(0), L(0)$ の下で，2つの境界値を想定しよう。一定の死亡率の下で，人口変化率(%)がこの率以下たり得ないならば，これを人口成長率の下限とみなし負の値$(-m)$で表わそう。他方，上限値については，生物学的最大値(biological maximum)M を充てるのが自然である。以下では，人口成長率 n は，

$$-m \leq n \leq M \tag{22}$$

なる制約に服するものとする。

ここで，再び，生産技術は規模に関する収穫一定性を満たすものと仮定し，貯蓄率を s で表わせば，消費は $c=(1-s)f(k)$ で表わされ，したがって，効用水準は，$u(c)=u((1-s)f(k))$ で表わされる。

以上から，最適人口成長経路を求める問題は，

$$\max_{s,n} \int_0^\infty Lu((1-s)f(k))e^{-\rho t}dt \tag{23}$$

$$s.t. \quad \dot{k} = sf(k) - nk \tag{24}$$

$$\dot{L} = nL \tag{25}$$

で表わされる。ただし，$s \leq 1$，かつ，$-m \leq n \leq M$ が仮定される。

上の問題に対しては，Pontriagin 最大値原理(Pontriagin's maximum Principle)の適用が可能であり，直ちに，Hamilton 函数

$$\mathscr{L} = Lu((1-s)f(k))e^{-\rho t} + \varphi e^{-\rho t}nL + \xi e^{-\rho t}[sf(k) - nk] \tag{26}$$

が定義される。$\varphi e^{-\rho t}, \xi e^{-\rho t}$ は補助変数(adjoint variable)であり，それぞれ労働，資本の影の価格(shadow price)を与える。

このとき，Hamilton 函数が最大化されるためには，補助変数は，それぞれ次の方程式

$$\frac{d}{dt}[\varphi e^{-\rho t}] = -\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial L} = -ue^{-\rho t} - \varphi e^{-\rho t} \tag{27}$$

$$\text{or} \quad \dot{\varphi} = \varphi(\rho - n) - u \tag{28}$$

$$\frac{d}{dt}[\xi e^{-\rho t}] = -\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k} = -Le^{-\rho t}(1-s)f'(k)u' - \xi e^{-\rho t}[sf'(k) - n] \tag{29}$$

$$\text{or} \quad \dot{\xi} = -[sf'(k) - (n+\rho)]\xi - L(1-s)f'(k)u' \tag{30}$$

を満たさなければならない。

ここで，補助変数 ξ を労働1人当たりのタームで表現し直し

$$\zeta=\frac{\xi}{L} \tag{31}$$

と設定しよう。

(31)式を時間に関して微分すれば,

$$\dot{\zeta}=\frac{\dot{\xi}L-\xi\dot{L}}{L^2}=\frac{\dot{\xi}}{L}-\frac{\xi}{L}n \tag{32}$$

がしたがう。さらに,(30)式の両辺に $\frac{1}{L}$ を乗ずれば

$$\frac{\dot{\xi}}{L}=-\left[sf'(k)-(n+\rho)\right]\frac{\xi}{L}-(1-s)f'(k)u' \tag{33}$$

を得る。(33)式を(32)式に代入すれば

$$\dot{\zeta}=-\left[sf'(k)-\rho\right]\zeta-(1-s)f'(k)u' \tag{34}$$

がしたがう。

次に,Hamilton 函数 $\mathscr{L}$ は,制御変数 s, n について最大化されなければならない。

まず,貯蓄率 s が満たすべき条件

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial s}=-Lf(k)u'+\xi f(k)=0 \tag{35}$$

は,最大化の必要十分条件を与える。このとき,$s\rightarrow 1$ につれて $u'\rightarrow\infty$ となるから,明らかに内点解が存在する。ここで,(35)式の両辺に $\frac{1}{L}$ を乗じ,$\zeta=\frac{\xi}{L}$ ((31)式)を想起すれば,(35)式は

$$\zeta=u' \tag{36}$$

と簡単化される。

次に,人口成長率 n が満たすべき上下限を考慮すれば

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial n}=\varphi L-\xi k=0 \tag{37}$$

$$\text{or}\quad \varphi=k\zeta \tag{38}$$

がしたがうとき,$-m<n^*<M$ なる内点解 n^* がしたがう。$\varphi>k\zeta$ のとき,$n=M$,また,$\varphi<k\zeta$ のとき $n=-m$ がしたがう。(**図-3**参照。)

ところで,(36)式を考慮すれば,(34)式は

$$\frac{du'}{dt}=-\left[f'(k)-\rho\right]u'\dot{c} \tag{39}$$

$$\text{or}\quad -\frac{u''}{u'}=\left[f'(k)-\rho\right]\dot{c} \tag{40}$$

と変形される。(40)式は,Ramsey ルールに他ならない。

いま,1人当たりの消費のタームで表現し直せば,最適政策は,体系

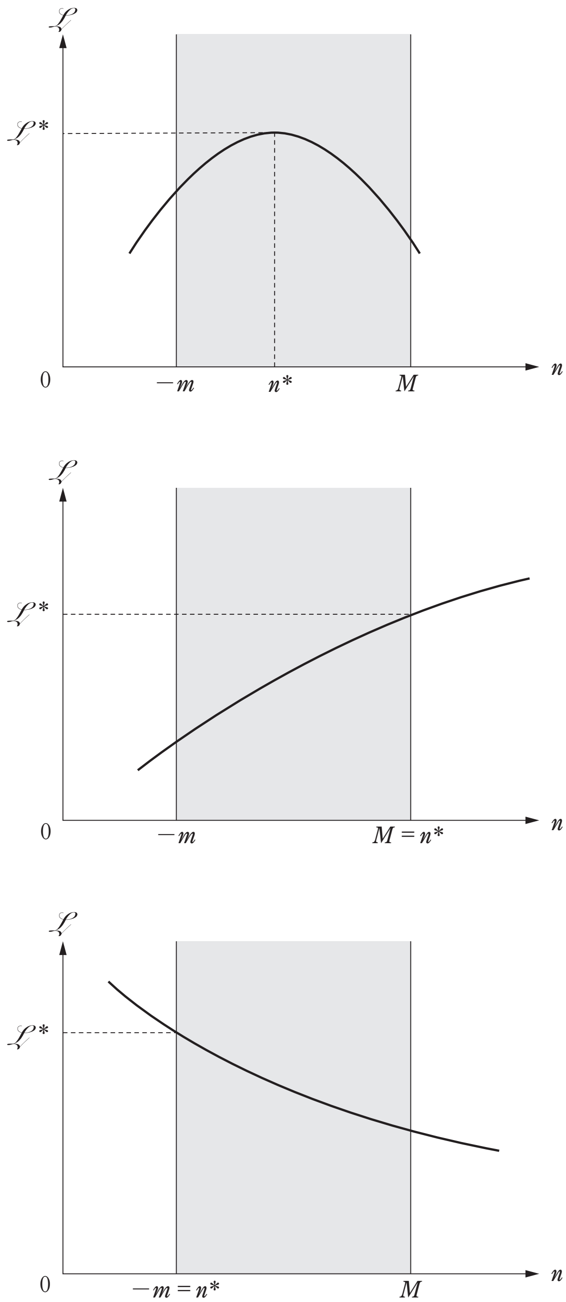

図-3

$$\dot{\varphi}=(\rho-n)\varphi-u(c) \tag{41}$$

$$\dot{c}=-\frac{u'(c)}{u''(c)}\left[f'(k)-\rho\right] \tag{42}$$

$$\dot{k}=f(k)-c-nk \tag{43}$$

を満たさなければならない。

さて，ここで，上の最適政策体系が Meade ルール((9)式)を満たすことを確かめよう。[5)]

(36)式と(38)式より

$$\varphi=ku' \tag{44}$$

がしたがう。さらに，(44)式を時間に関して微分すれば

$$\dot{\varphi}=ku''\dot{c}+\dot{k}u' \tag{45}$$

を得る。しかるに，(41)式を考慮すれば

$$(\rho-n)ku'-u=ku''\dot{c}+\dot{k}u' \tag{46}$$

$$\text{or}\quad u=-u'\left[(f-c)+k(u''\dot{c}-\rho)\right] \tag{47}$$

がしたがう。ここで，(40)式を

$$u'f'=u''\dot{c}-\rho \tag{48}$$

と変形し，(47)式に代入すれば

$$u=-u'\left[(f-c)+kf'\right] \tag{49}$$

がしたがう。(49)式は，Meade ルール((9)式)に他ならない。

以上から，上の最適政策は，Ramsey ルール((8)式)，Meade ルール((9)式)を満たすことが帰結される。

さて，Meade, *op, cit.,* の厚生生存水準を想起し，等弾力性効用函数

$$u(c)=B-c^{-\nu} \tag{50}$$

を適用すれば，直ちに

$$u'=\nu c^{-\nu-1} \tag{51}$$

$$u''=-\nu(1+\nu)c^{-\nu-2} \tag{52}$$

がしたがい，

$$\frac{u''}{u'}=-\frac{(1+\nu)}{c} \tag{53}$$

を得る。ここで $\underline{B}\leq B<\overline{B}$ を仮定すれば，最適政策は，

$$\dot{\varphi}=(\rho-n)\varphi-(B-c^{-\nu}) \tag{54}$$

$$\dot{c}=c\left[f'(k)-\rho\right]/(1+\nu) \tag{55}$$

$$\dot{k}=f(k)-c-nk \tag{56}$$

と書き改められる。

ところで，前節において，最適政策は，$0\leq\bar{n}<\rho$ のとき定常状態政策$(\bar{c},\bar{k},\bar{n})$となることが確かめられた。いま，上の最適政策体系((54)-(56)式)において，$\dot{\varphi}=0,\dot{c}=0,\dot{k}=0$ を満たす定常解 $\bar{\varphi},\bar{c},\bar{k}$,そして,$\bar{n}$ は

$$\bar{\varphi}=(B-c^{-\nu})/(\rho-\bar{n}) \tag{57}$$

$$f'(\bar{k})=\rho \tag{58}$$

$$f(\bar{k})-c-\bar{n}\bar{k}=0 \tag{59}$$

を満たす。$0\leq\bar{n}<\rho$，したがって，$-m<\bar{n}<M$ が想定されるとき，(36)式は，(51)式を想起すれば

$$\zeta=u'=\nu\bar{c}^{-(1+\nu)} \tag{60}$$

を意味するから，(44)式から

$$\bar{\varphi}-=\nu\bar{k}\bar{c}^{-(1+\nu)} \tag{61}$$

がしたがい，体系が過少決定となることはなくなる。

さて，ここで，上の体系が制約 $k(0)<\bar{k}$ に服する場合を想定すれば，$\zeta(0)=\nu\left[c(0)\right]^{-(1+\nu)}$ に対し，$\varphi(0)<k(0)<\zeta(0)$ を設定すれば，$n=-m$ がしたがい，上の最適政策体系は，さらに，

$$\dot{\varphi}=(\rho+m)\varphi-(B-c^{-\nu}) \tag{62}$$

$$\dot{c}=c\left[f'(k)-\rho\right]/(1+\nu) \tag{63}$$

$$\dot{k}=f(k)-c+mk \tag{64}$$

と書き改められる。しかるに，(63),(64)式は φ と独立となる。所与の $k(0)$の下で，一意の $c(0)$に対し，(63),(64)式の解は，点$(\bar{c},\bar{k})$を通過することになる。

1） 以下の展望は，Dasgupta［5］(Chap.1)に負う。
2） Dasgupta, *op. cit.*, は，上の Koopmans＝von Weizsäcker の最適性規準に照らして(9)式の最適性の証明を展開するが誤り(ミス・プリント？)が散見される。
3） 手順を Dasgupta, *op. cit.*, Sec.2.2に負う。
4） 本図は，Dasgupta, *op. cit.*, Figure 1, p.300に準ずる。
5） Ramsey ルールは，簡単に証明可能であり，ここでは，Meade ルールのみに注目する。

第 2 節　世代重複経済

1．世代重複

本節では，各世代が前後の世代と共存する経済における最適人口成長経路のあり方をみる。

本項では，我々の想定する世代重複生産経済を特定化する。[6)]

さて，各世代はゼロ世代期に若年者として労働供給を通じて所得を得た後，1 世代期に老年者として上の所得を糧に引退生活を展開する。

まず，経済の生産過程は，前世代から繰越された資本ストックと現世代の若年者の労働から同質な生産物を生産するものとする。このとき，ある t 期における産出量 Y_t は，生産関数

$$Y_t = F(K_{t-1}, L_t), \qquad K_{t-1} \geq 0,\ L_t \geq 0 \tag{65}$$

にしたがって実現される。再び，生産関数は 1 次同次性を満たし，連続微分可能な凹函数であり，$F_K > 0, F_{KK} < 0$；$F_L > 0, F_{LL} < 0$ を満たすものとする。

労働 L_t は，t 期において非弾力的に誕生する労働量であると同時に，若年者総数を構成する。ここで，簡単化のために，$F(K, 0) > 0$，すなわち，$L = 0$ のとき純産出量 $Y - (1-\delta)K$ がゼロとなる可能性を排除する。ただし，δ は 1 期間にわたる資本減耗率である。

このとき，t 期産出量は，

$$Y_t = c_t L_t + x_{t-1} L_{t-1} + K_t \tag{66}$$

にしたがって過不足なく分配される。ただし，c_t は，t 期における若年者 1 人当たりの消費量，x_{t-1} は，老年者になった前世代の 1 人当たりの消費量である。[7)] 簡単化のために，同一世代全員が同一量の消費を行うものとする。(**表-1**参照。)

さて，次に，各世代の成員の効用のあり方を特定しよう。世代 t の成員は，若年者としての t 期，

generation \ period	$t-1$	t	$t+1$	
$t-1$	K_{t-1} $c_{t-1}L_{t-1}$	$x_{t-1}L_{t-1}$		
t		K_t c_tL_t	x_tL_t	
$t+1$			K_{t+1} $c_{t+1}L_{t+1}$	

表-1

老年者としての次期 $t+1$ 期のそれぞれにおける消費 c_t, x_t から効用函数

$$U_t = u(c_t, x_t) \tag{67}$$

にしたがって効用を享受するものとする。ただし，u はすべての $c \geq 0, x \geq 0$ に対し定義され，連続微分可能な準凹函数(quasi-concave function)であり，正象限において，$u_c > 0, u_x > 0$ を満たすものとする。

しかるに，(67)式に与えられる効用函数の下で，各個人は世代重複社会においても，自らの消費のみから効用を享受する，すなわち，利己的(egoistic)であるものとし，他者の消費からも何がしかの効用を享受する利他的(altruistic)である場合と区別される。

さて，ここで，初期時点 $t=0$ において，K_t, L_t, L_{t-1}，そして x_t は先決(predetermined)されているものとする。いま，

$$z_t = \frac{F(K_{t-1}, L_t) - L_{t-1}x_{t-1}}{L_t} \tag{68}$$

を定義する。z_t は，$t-1$世代の老年者の消費分の控除後の t 世代1人当たりの利用可能純産出物を与える。このとき，$L_t = 0$ ならば，$s > t$ なるすべての期間を通じて $L_s = 0$ となるものとし，$L_0 > 0$ を仮定しよう。かかる仮定は，$t \leq T$ なる t に限って $L_t > 0$ となるような $T(0 \leq T \leq \infty)$ が存在する場合における L の経路にのみ注目すればよいことを示唆している。

さらに，(65),(66)，そして,(68)式を考慮すれば,

$$z_t - c_t = \frac{F(K_{t-1}, L_t)}{L_t} - \frac{L_{t-1}}{L_t}x_{t-1} - \frac{L_t}{L_t}c_t = \frac{K_t}{L_t} = k_t \tag{69}$$

がしたがう。すなわち，$z_t - c_t$ は，次期 $t+1$ 期に繰越される t 期1人当たりの資本ストック量を与える。しかるに,

$$F\left(\frac{K_t}{L_t}, \frac{L_{t+1}}{L_t}\right) = F(z_t - c_t, n_{t+1}), \quad \text{where} \quad n_{t+1} = \frac{L_{t+1}}{L_t} \tag{70}$$

がしたがうから，t 世代の老年期における消費量 x_t は,

$$x_t = F\left(\frac{K_t}{L_t}, \frac{L_{t+1}}{L_t}\right) - z_{t+1}n_{t+1} \tag{71}$$

$$\text{or} \quad x_t = F(z_t - c_t, n_{t+1}) - z_{t+1}n_{t+1} \qquad \text{for} \quad t < T \tag{72}$$

で与えられる。

ところで，初期値 $z_0 = z$ の下で，(72)式を満たす z_t, c_t, x_t, n_{t+1} の配分を集合 $Z = \{z_t, c_t, x_t, n_{t+1} \mid z_0 = z, z_t > 0, c_t \geq 0, x_t \geq 0, \bar{n} \geq n_{t+1} > 0;\ t = 0, 1, \cdots, T, \text{and}\ \ n_{T+1} = 0\}$ で表わし，初期値 $z_0 = z$ に対応する実現可能計画(feasible plan for z)と呼ぼう。

さらに，上の実現可能計画の下で，$U_t = u(c_t, x_t)$ の関連効用列

$$(U_t), \quad t = 0, 1, \cdots, T. \tag{73}$$

が計算し得る。また，初期値 z に対応する実現可能計画に(U_t)が対応づけられるとき，効用列の集合

$$\Omega(z) = \{(U_t), t = 0, 1, \cdots, T.\} \tag{74}$$

が定義される。

以下では，初期値 z に対応する実現可能計画に公正規準として Rawls 原理（Rawlsian principle）を適用し，そこでの最適計画（optimal plan）の特定化を図る。

2. Rawls 規準下の最適計画

本項では，初期値 z に対応する実現可能計画の中から，Rawls 規準の観点からの最適計画の特定化を図る。このとき，動的計画法（dynamic programming）の手法の適用可能性が検討される。[8)]

Rawls［12］は，社会の成員の協力関係からしたがう負担と便益の分配を決定する規準概念を正義（justice）の一般概念と捉える。そこで，正義の特別概念として，差別原理（difference principle）に関する議論を展開する。自由，機会，所得，さらには，本源的社会財（primary social goods）の分配における差異は，それが最低水準の便益を改善するものである限り正当化されるとする。例えば，貧者の効用の向上をもたらす一切のものに相当しよう。

かかる規準は，最も不利な立場を利するとする表現よりも，マキシミン（maximin）と命名される方が適切である。前者の表現では，最低効用に甘んずる個人は状況に応じて変化してしまう可能性があり曖昧さを拭い取れないからである。

かかる Rawls マキシミン原理（Rawlsian maximin criterion）は，辞書式（lexicographic）な選好順序を成す。そこでは，本源財を順次連続的に取扱う。例えば，第 1 に自由，次いで，その他の社会的価値（social values）といった具合に扱われる。社会状態に対するかかる選好関係は，Bergson 流社会的厚生函数（Bergsonian social welfare function）$W(u_1, u_2 \cdots\cdots)$ では表わすことができない。

さて，**図-4**において[9)]，2 階級から成る経済における再分配政策の誘因効果（incentive effects）が平等的45°線を切上げる形で上昇傾斜をもつ経済の実現可能効用フロンティア FF を描くものとする。Bentham 流効用和規準は B 点を，Bernoulli-Nash 流効用積規準は N 点を選ぶ。矩型等高線をもつ Rawls マキシミン規準が選ぶ R 点は，平等規準が選ぶ Q 点より望ましく，JJ 線上の水平距離 SR は差別の規模を測る。

Rawls は，かかるマキシミン規準が，社会成員の協力関係を基礎に置く社会契約論（social contract doctrine）の適切な構築から生まれることを確信して止まない。喩えて言えば，誰しも，何時でも初期的公平の仮想状態である始原状態（original position）に到達（ascend）し得て，そこで，社会の成員は，それぞれの天賦の才能，社会的地位，そして，いずれ持つことになる心理的傾向について無知のまま（無知のヴェール（veil of ignorance）の中で），社会構造，経済構造について思考を重ねる姿がイメージされる。Rawls は，さらに，契約の観点から，一般概念としての正義概念は，したがって，合理的選択論の一部を成し，さらに，マキシミン規準は，いかなる功利主義的規準よりも優れていると主張するのである。

さて，以下では，Rawls マキシミン規準を適用し，初期値 z に対応する実現可能計画の中から最適計画を特定することにする。

まず，t 期から出発するすべての期間にわたる効用水準の下限（infimum）を最大化する問題，すなわち，マックス-インフ（max-inf）問題を考えよう。

いま，初期値 $z_0 = z$ に対応する実現可能計画が満たす条件（(72)式）を想起し，t 期における先決

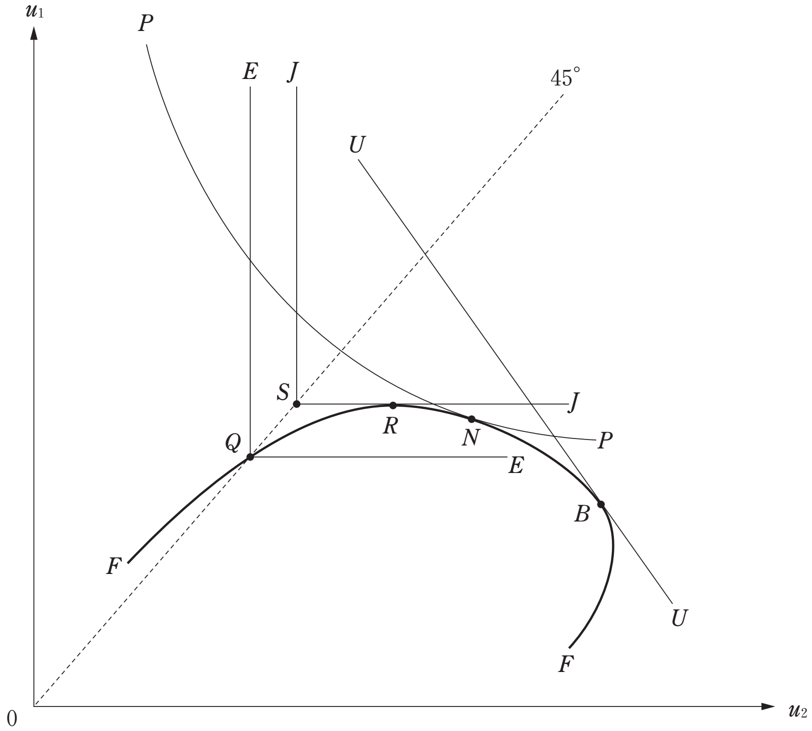

図-4

状態(k_{t-1}, x_{t-1})に対し，マックス-インフ問題は，

$$m(k_{t-1}, x_{t-1}) = \max_{c_\tau, x_\tau, n_\tau} \left[\inf_{\tau \geq t} u(c_t, x_t) \right] \tag{75}$$

$$s.t. \quad x_t = F(z_t - c_t, n_{t+1}) - z_{t+1} n_{t+1} \tag{76}$$

を満たす下限を生む先決状態(k_{t-1}, x_{t-1})から出発する経路を探すことである。

ここで，かかる下限$m(k_{t-1}, x_{t-1})$の存在性を確かめよう。F は有界であるから最初の世代の効用は上から有界となる。したがって，いかなる実現可能な効用流列の下限も有界となり，ある最小上界(least upper bound) $s(k_{t-1}, x_{t-1})$が存在しなければならない。しかるに，下限函数は

$$\inf_{\tau \geq t} u(c_t, x_t) = \min \left[u(c_t, x_t), \inf_{\tau > t+1} u(c_t, x_t) \right] \tag{77}$$

で表わされる特性をもつ。

したがって，最小上界$s(k_{t-1}, x_{t-1})$は，動的計画法(dynamic programming)の典型的な函数方程式によって表現される。すなわち，

$$s(k_{t-1}, x_{t-1}) = \sup_{c_t, x_t, n_t} \{\min[u(c_t, x_t), s(k_t, x_t)]\} \tag{78}$$

$$s.t. \quad x_t = F(z_t - c_t, n_{t+1}) - z_{t+1} n_{t+1} \tag{79}$$

がしたがう。ただし，sup は，supremum（上限）で，上の最小上界と同義に用いられる。

さて，初期値 z に対応するマキシミン値（maximin value）を $W(z)$ で表わし，

$$W(z) = \sup\{\inf_{t \geq 0} U_t \mid (U_t) \in \Omega(z)\} \tag{80}$$

と定義する。もし，ある $U_t \in \Omega(z)$ なる U_t に対し

$$\inf_{t \geq 0} U_t = W(z) \tag{81}$$

がしたがうならば，(U_t) が対応する計画は，初期値 $z_0 = z$ に対応する最適計画（optimal plan）と呼ばれる。

したがって，もし，一意の最適計画が存在するならば，$t = 0$ 以降に誕生した全員が同一の効用を享受することになり，$t = 0$ における若年者の効用は，後続の個人にとっても公正（just）であるという制約の下で最大化される。ただし，x_0 が先決されているという仮定の下では，$t = 0$ における老年者はこの規準から排除される。

しかしながら，最適計画が一意でなければ，状況は不明解となるが，(81)式に含まれる最適性の概念は維持されることになる。それが Rawls 規準の展開形として正当化され得るからである。

3. 最適計画と効率的計画

本項では，初期値 z に対応する最適計画が効率的計画として市場諸力の作用で実現され得る可能性をみる。

いま，若年者であるゼロ世代期の初期状態を z，老年者である 1 世代期におけるそれを $\tilde{z}$ とするとき，上の(72)式は，

$$n\tilde{z} = F(z - c, n) - x \tag{82}$$

と表現し直される。ここで，初期値 $(z, \tilde{z})$ に対して最大効用を与える間接効用函数 $v(z, \tilde{z})$

$$v(z, \tilde{z}) = \max_{c, x, n} \{u(c, x) \mid n\tilde{z} = F(z - c, n) - x\} \tag{83}$$

が定義される。ただし，$0 \leq n \leq \bar{n}, 0 \leq c \leq z, x \geq 0$ が満たされるものとする。このとき，$n = n^*$（ないし，$c = c^*$，あるいは $x = x^*$）を満たす(83)式の右辺の解が存在するならば，n^*（ないし c^*, あるいは x^*）は，$v(z, \tilde{z})$ に対応するものとなる。(83)式の間接効用函数 $v(z, \tilde{z})$ に関して，上の諸仮定から，

(i) $v(z, \tilde{z})$ は，$z \geq 0, \tilde{z} \geq 0$ なる $(z, \tilde{z})$ に対して定義される，

(ii) v は z に関して厳密な増加函数である，

(iii) v は $\tilde{z}$ に関して厳密な減少函数である，

がしたがう。

さらに，ここで

$$V(z)=\max\{v(\tilde{z},\tilde{z}\mid 0\leq\tilde{z}\leq z\} \tag{84}$$

を定義する。$V(z)$は，非減少函数であり，最大値が$v(\tilde{z},\tilde{z})$に対応する$n(>0)$が存在するようなある$\tilde{z}$で達成されるとき，$V(z)$は，$\tilde{z}\leq z$に対して，定常状態（steady state）における最大効用（maximum utility）と解される。

次に，$0\leq\tilde{n}\leq n, 0\leq\tilde{c}\leq\tilde{z},\tilde{x}>0$に対して

$$\tilde{n}\tilde{z}=F(\tilde{z}-\tilde{c},\tilde{n})-\tilde{x} \tag{85}$$

を満たすような$(\tilde{c},\tilde{x},\tilde{n})$に対して$V(z)=u(\tilde{c},\tilde{x})$となるような$z$の最小値$Z(z)$，すなわち

$$Z(z)=\min\{\tilde{z}\mid V(z)=v(\tilde{z},\tilde{z}),0\leq\tilde{z}\leq z\} \tag{86}$$

が定義される。

もし，$v(Z(z),Z(z))$に対応する或る$n(>0)$が存在すれば，すべてのtに対し，$L_t>0$，かつ

$$U_0=v(z,Z(z)) \tag{87}$$

$$U_t=V(z)\equiv V(Z(z))\equiv v(Z(z),Z(z)),\quad t=1,2,\cdots\cdots \tag{88}$$

がしたがい，その計画における最小効用が$V(z)$となるようなzに対応する実現可能計画が存在する。

さらに，

$$\hat{v}(z)=\max_{0\leq c\leq z} u(c,F(z-c,0)) \tag{89}$$

を定義すれば，(89)式は，$L_1=0$ならばゼロ世代が享受し得る最大効用を与える。このとき，$\hat{v}(z)$は(83)式右辺の集合の要素であるから，$\hat{v}(z)\leq V(z)$がしたがう。

しかるに，Calvo, *op. cit.*, は，$z\geq 0$に対し，$W(z)=V(z)$がしたがうことを主張する（**Theorem 1**）。さらに，その系として，すべての$z\geq 0$に対し最適計画が存在し，$V(z)>\hat{v}(z)$ならば，zに対応するすべての最適計画がすべてのtに対し$L_t>0$をもつこと，そして，各最適計画に対応するz–列が非増加的であることを主張する（**Corollary**）。

さらに，(80)式と(83)式を想起すれば

$$W(z)=\max_{0\leq z_1}\min\{v(z,z_1),W(z_1)\} \tag{90}$$

がしたがわなければならない。

以上の準備の下で，最適z–列の一意性が主張される（**Theorem 2**）。

〔定理 2〕

$z>0$，かつ$V(z)>\hat{v}(z)$と想定するとき，$Z(z)=z$であれば，そして，その限りにおいて最適z–列は一意である。

上の**定理 2**は，背理法を用いて容易に証明される。[11)]

いま，一意性がしたがい $z>Z(z)$ であるものとすると，$z_0=z, z_1=Z(z)+\varepsilon, z_t=Z(z), t=2,3,\cdots\cdots$ をもち，さらに

$$U_0=v\,(z, Z(z)+\varepsilon) \tag{91}$$

$$U_1=v\,(Z(z)+\varepsilon, Z(z)) \tag{92}$$

$$U_t=(Z(z), Z(t)),\ \ t=2,3,\cdots\cdots \tag{93}$$

が実現可能となるような $\varepsilon\,(>0)$ が存在する。ここで，ε を十分小さくすると，上の間接効用函数 v に関する(i)–(iii)の帰結から，$\min_{t\geq 0} U_t=V(z)$ がしたがう。したがって，上の Theorem 1 から，対応する計画が最適なそれとなる。しかるに，かかる計画は，上の(91)–(93)式が主張する最適計画と異なる z–列を持たなければならない。明らかに矛盾である。

他方，$Z(z)=z$ であるとすると，唯一の最適 z–列は $z_t=z$，$t=0,1,2,\cdots\cdots$ となることを示す必要がある。もし $z_1>z$ ならば，v の厳密な減少性から $v\,(z,z)<W(z)$ となり，上の(90)式と矛盾する。逆に，$z_1<z$ ならば，$Z(z_1)\leq z$ がしたがうから Theorem 1 と(86)式から $W(z_1)=v\,(Z(z_1), Z(z_1))<W(z)$ がしたがい，再び，(90)式と矛盾することになる。

以上から，一意の内点最適解が存在するならば Samuelson［14］による黄金中の黄金律（Goldenest–Golden Rule）と同趣の結論がしたがう。Calvo, *op. cit.,* は，その結論をセレンディピティ定理（Serendipity Theorem）と呼ぶ。

〔セレンディピティ定理〕

初期値 z に対応する一意の最適 z–列が存在し，$V\,(z)>v\,(z)$ がしたがい，さらに，$0<n<\bar{n}$，$0<c<z$，かつ，$0<x=F(z-c, n)-zn$ となるような $v\,(z,z)$ に対応する n, c, かつ x が存在するものと想定すると

$$\left.\begin{aligned} z_t&=z\\ c_t&=c\\ x_t&=x\\ n_{t+1}&=n \end{aligned}\right\}\ t=0,1,2\cdots\cdots \tag{94}$$

かつ

$$k_t=\frac{z-c}{n},\ \ t=1,2,\cdots\cdots \tag{95}$$

と特定される最適計画に沿って，次の事実が成立する。すなわち，もし，粗再生産率を n に等置し得る確証があれば，c, x は

$$1+r=f'\left(\frac{z-c}{n}\right)=f'(k) \tag{96}$$

がしたがうところで，問題

$$\max u(c_t, x_t) \qquad s.t. \quad c_t + \frac{x_t}{1+r} = z \tag{97}$$

の解となる。

同定理は，政府が国民を最適率 n に再生産率を誘導し得るとすると，最適計画が分権化可能となることを示唆している。政府がゼロ世代に z を配付するものとすると，(97)式は，もし，粗収益率$1+r$ が(96)式に指示されるように設定されるならば，個人にとって $c_0=c, x_0=x$ を選択することが最適となることを示唆している。しかるに，$1+r$ は，もし，$c_0=c, x_0=x$ ならば競争下で実現される水準である。

いま，$k=K/L, F(k,1)=f(k)$ を前々項の(65),(66)および(68)式に適用すれば，

$$k_t = \frac{z_t - c_t}{n_{t+1}} \tag{98}$$

$$f'(k_t) = c_t + \frac{x_{t-1}}{n_t} + k_{t+1} n_{t+1} \tag{99}$$

$$z_{t+1} = f\left(\frac{z_t - c_t}{n_{t+1}}\right) - \frac{x_t}{n_{t+1}} \tag{100}$$

がしたがう。さらに，所与の k_t に対し，影の利子率

$$f'(k_t) = 1 + r_t \tag{101}$$

が定義される。

ここで，(94)式と(100)式から

$$z = f\left(\frac{z-c}{n}\right) - \frac{x}{n} \tag{102}$$

がしたがうから，世代１期の１人当たりの所得が賃金 w で表わされるとき，もし，

$$w = f(k) - f'(k)k = f\left(\frac{z-c}{n}\right) - \frac{x}{n} = z \tag{103}$$

がしたがうならば，最適計画が効率的計画(efficient plan)として競争諸力によって支持されることが結論される。

ところで，効率性(efficiency)は，限界代替率と限界変形率の均等化，すなわち，t 世代に対して

$$\frac{U_c(c_t, x_t)}{U_x(c_t, x_t)} = 1 + r_{t+1} \tag{104}$$

がしたがうことを要請する。このとき，問題

$$\max_{k_t, n_{t+1}} \left\{ f(k_t) - \frac{\hat{x}_t}{n_{t+1}} \right\} \tag{105}$$

$$s.t. \quad k_t n_{t+1} = \hat{k}_t \hat{n}_{t+1} \tag{106}$$

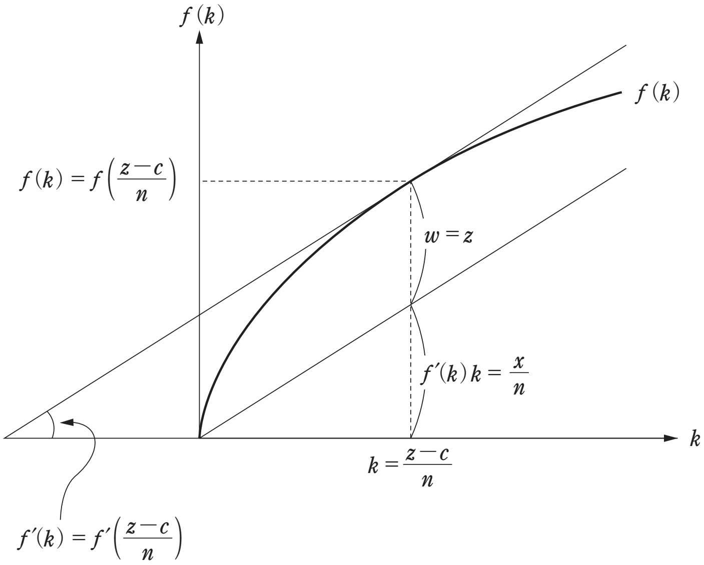

図-5

の解は$(\hat{k}_t, \hat{n}_{t+1})$でなければならない。そうでないとすると，他のすべての消費変数を一定として，$\hat{c}_t$以上にc_tを増加させることができることになる。これは，矛盾である。$\hat{k}_t>0, \hat{n}_{t+1}>0$と仮定すれば，上の問題の解は，1 階条件

$$f'(\hat{k}_t)\hat{k}_t\hat{n}_{t+1}=\hat{x}_t \tag{107}$$

を満たさなければならない。(107)式を

$$f'(\hat{k})\hat{k}\,\hat{n}=\hat{x} \tag{108}$$

$$\text{or}\quad f'(\hat{k})\hat{k}=\frac{\hat{x}}{\hat{n}} \tag{109}$$

と表現し直せば，(102)式がしたがい，最適計画が効率的計画として競争諸力によって支持されることが確かめられる。(**図-5**参照。)

4. 最適人口成長経路

本項では，各世代に共通する効用函数，生産函数を Cobb＝Douglas 型函数形に特定化することによって最適人口成長経路の陽表化を図る。

さて，Diamond［6］は，新古典派成長モデルにおける国家債務のあり方に関する先駆的作業の中で，若年期に労働供給し，老年期に引退する代表的家族の 2 期間の生涯効用最大化の問題を提示

した。このとき，幾何級数的人口成長率は１家族当たりの子供数の代理変数とみなされ，パラメータとして扱われる。

代表的家族は，人口成長率 n をパラメータとする効用函数

$$U = U(c_1, c_2\,;\,n) \tag{110}$$

を予算制約式

$$c_1 + \frac{1}{1+r}c_2 = w \tag{111}$$

の下で若年期の消費 c_1 と老年期の消費 c_2 について最大化を図るものとする。ただし，w は若年期の労働賃金，r は利子率で，資本限界生産力を与える。

直ちに，内点解が満たすべき１階条件

$$U_1 - (1+r)U_2 = 0 \tag{112}$$

がしたがう。

ここで，効用函数，生産函数を Cobb＝Douglas 型の函数

$$U = c_1{}^{\beta}c_2{}^{1-\beta}, \quad 0<\beta<1 \tag{113}$$

$$f(k) = Ak^{\alpha}, \quad 0<\alpha<1 \tag{114}$$

に特定すれば，１階条件は，

$$c_2{}^{1-\beta}\beta c_1{}^{\beta-1} + (1+r)c_1{}^{\beta}(1-\beta)c_2{}^{-\beta} = 0 \tag{115}$$

$$\text{or}\quad 1-\beta = \frac{c_2}{1+r}\beta c_1{}^{-1} \tag{116}$$

で表わされる。ただし，A は任意の定数である。上の予算制約式((111)式)を適用すれば

$$c_1 = \beta w \tag{117}$$

$$c_2 = (1+r)(1-\beta)w \tag{118}$$

と陽表化される。

さて，我々の想定する世代重複経済における最適人口成長経路のあり方をみるために，効用函数，生産函数を Diamond, *op. cit.*, の示唆にしたがって，[12)]

$$u(c, x) = c^{\beta}x^{1-\beta}, \quad 0<\beta<1 \tag{119}$$

$$F(K, L) = K^{\alpha}L^{1-\alpha} + (1-\sigma)K, \quad 0<\alpha<1, \quad 0<\sigma<1 \tag{120}$$

と特定化する。ただし，σ は１期間資本減耗率である。

しかるに，(120)式は，$k = K/L$ で表わせば

$$f(k) = \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} + (1-\sigma)\frac{K}{L}$$

$$=k^{\alpha}+(1-\sigma)k \tag{121}$$

と変形される。ここで，改めて，前項の(98)-(100)式を無限大の時間視野の下での定常解で評価すれば

$$k=\frac{z-c}{n} \tag{122}$$

$$f(k)=c+\frac{n}{x}+kn \tag{123}$$

$$z=f\left(\frac{z-c}{n}\right)-\frac{x}{n} \tag{124}$$

と表現し直される。

いま，(121)式と(123)式を等置すれば

$$k^{\alpha}+(1-\sigma)k=c+\frac{x}{n}+kn \tag{125}$$

がしたがう。(125)式の両辺を n で除し，(124)式を考慮すれば

$$\frac{x}{n}=\left(\frac{z-c}{n}\right)^{\alpha}+(1-\sigma)\left(\frac{z-c}{n}\right)-c-\left(\frac{z-c}{n}\right)n \tag{126}$$

$$\text{or}\quad x=(z-c)^{\alpha}n^{1-\alpha}+(1-\sigma)(z-c)-nz \tag{127}$$

を得る。

さて，最適人口成長経路を求める問題は，まず，間接効用函数 $v(z,z)$ ((83)式)を求めることから始まる。すなわち，(127)式を想起すれば

$$\begin{aligned} v(z,z)&=\max_{c,x,n}\left\{c^{\beta}x^{1-\beta}\right\}\\ &=\max_{c,x,n}\left\{c^{\beta}\left[(z-c)^{\alpha}n^{1-\alpha}+(1-\sigma)(z-c)-nz\right]^{1-\beta}\right\} \end{aligned} \tag{128}$$

がしたがう。ただし，$0\leq n\leq\bar{n}, 0\leq c\leq z, x>0$ である。

しかるに，前項の(89)式

$$\hat{v}(z)=\max_{0\leq c\leq z}u(c, F(z-c,0)) \tag{129}$$

を想起すれば，$\hat{v}(z)$ は，$n=0$ と設定されるときの(128)式の値に他ならず，したがって，

$$\hat{v}(z)<v(z,z)\qquad\text{for all}\quad z>0 \tag{130}$$

がしたがい，Theorem 1 の Corollary から，$z>0$ に対して，すべての最適計画は，すべての t に対して $L_t>0$ をもつ。

さて，$v(z,z)$ に注意を向けよう。$z>0$ のとき，(128)式の解は $c>0, x>0$ を満たさなければならない。加えて，もし，$n<\bar{n}$ ならば，(128)式の 1 階条件を求めることができる。

ところで，Diamond モデルにおける所得の上限を与える賃金 w は，上の(128)式においては，利用可能産出量 z に対応する。したがって，Diamond の手続きを適用すれば，c,x が満たすべき 1 階条件は，

$$c=\beta z \tag{131}$$

に帰着する。

次に，n が満たすべき 1 階条件は

$$(1-\beta)(1-\alpha)\left(\frac{z-c}{n}\right)^{\alpha}-z=0 \tag{132}$$

で表わされる。ここで，(131)式を(132)式に代入すれば

$$n^{\alpha}=(1-\alpha)(1-\beta)^{\alpha}z^{\alpha-1} \tag{133}$$

$$\text{or}\quad n=\left(\frac{1-\alpha}{z^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}(1-\beta) \tag{134}$$

がしたがう。

他方，$\bar{n}$ が束縛的(binding)であるとき，(128)式における被最大化函数は n に関して凹となることに留意すれば，

$$\mathrm{c}\geq\beta z \tag{135}$$

$$\bar{n}\leq\left(\frac{1-\alpha}{z^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}(1-\beta) \tag{136}$$

がしたがう。

しかるに，$v(z,z)$ に包絡面定理(envelope theorem)を適用すれば

$$\begin{aligned}\frac{dv(z,z)}{dz}&=c^{\beta}(1-\beta)x^{-\beta}\frac{\partial x}{\partial z}\\&=c^{\beta}(1-\beta)x^{-\beta}\left\{(1-\sigma)+n\left[\alpha(z-c)^{\alpha-1}n^{\alpha}-1\right]\right\}\\&=c^{\beta}(1-\beta)x^{-\beta}\left\{(1-\sigma)+\left(\frac{1-\alpha}{z^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)-(1-\beta)\right]\right\}\end{aligned} \tag{137}$$

がしたがう。

したがって，(135)−(137)式から，$z>0$ に対し，$\bar{n}$ が非束縛的であるならば，

$$\operatorname{sgn}\frac{dv(z,z)}{dz}=\operatorname{sgn}\left\{(1-\sigma)+\left(\frac{1-\alpha}{z^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)-(1-\beta)\right]\right\} \tag{138}$$

がしたがい，$\bar{n}$ が束縛的ならば，(136)式から

$$\operatorname{sgn}\frac{dv(z,z)}{dz}\geq\operatorname{sgn}\left\{(1-\sigma)+\frac{\bar{n}}{1-\beta}\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)-(1-\beta)\right]\right\} \tag{139}$$

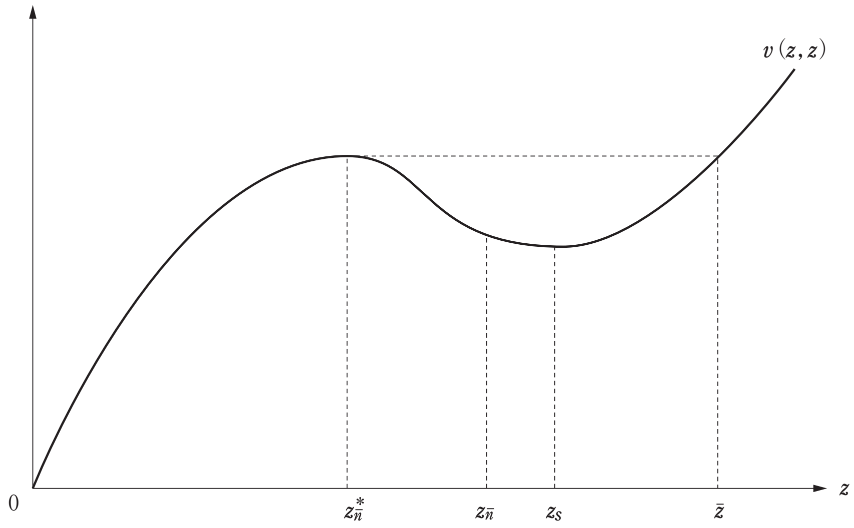

図-6

がしたがう。

いま，(138)式がゼロで満たされるときの z の値を z_S とし，(134)式の右辺を $\bar{n}$ に一致させる z の値を $z_{\bar{n}}$ とし，$z_{\bar{n}}<z_S$ の仮定の下，$n=\bar{n}$ となるときの z の黄金律値(Golden Rule value)を $z_{\bar{n}}^*$ とすれば，**図-6**のごとき $v(z,z)$ 曲線が描かれる。[13)]

6） 本項におけるモデル展開は，本質的に Calvo［3］(Chap. 1)に負う。
7） 老年者となった前世代の1人当たりの消費量は，$t-1$ 期に決定され，t 期に実現される。本来，x_t と記すべきであるが，後の動的計画法の展開上の便宜のため x_{t-1} と記すものとする。
8） 動的計画法の適用例として，Phelps＝Riley［11］参照。
9） **図-4**に関しては，Phelps［10］(Figure 1, p. 334)をも参照。
10） 手順について，Calvo［3］(Chap. 2)に負う。
11） 手順は，Calvo, *op. cit.,* Theorem 2, (p. 64)参照。
12） Phelps［9］(Appendix Ⅱ)も参照。
13） 本図は，Calvo, *op. cit.,* Figure 1, p. 68に準ずる。

結びにかえて

Malthus 以来，古典派的見解をもつ経済学者は，人口成長を正視する姿勢を見せることがなかった。1930年代末に，Keynes, A. Hansen が反古典派の視点から，一時的にせよ，上の見解の逆転化を見せた。先に示唆した Wicksell の人口規模に寄せた深い感心との間には，果して Wicksell コネクショ

ン（Wicksell connection）が存在していたかどうか興味は尽きない。

その後の人口分析において最も名高い概念は，人口１人当たりの産出量（ないし消費）と人口の定常水準との間の（仮定上の）定常状態である。規模に関する収穫逓増性が支配する段階では，社会が拡大化すればする程，人口増加を上回る固定的間接資本の増加が見られる。しかるに，更なる人口増加は，天然資源量不変の制約が間接資本効果を上回るにつれ収穫が逓減化に転じ，１人当たりの産出量は減少化に向かう。ここに，最適人口規模（optimum population size）は１人当たりの産出量最大化をもたらす人口水準と同一視される慣例が出来上がってくる。

上では，最適経済成長の文脈に拠りながら，人口の可動性が認められるところでの最適人口成長のあり方をみてきた。

まず，功利主義が妥当する世代非重複経済において，最適成長の要件としての Ramsey ルール，Meade ルールのあり方をみた後，最適状態の市場諸力による実現可能性を確かめ，人口成長率と貯蓄率を制御変数とする制御体系において Ramsey ルール，Meade ルールが実現される可能性をみた。

次に，世代重複経済において，Rawls のマキシミン規準が適用されるところでの最適性の要件が導かれ，次いで，市場諸力によってその最適性の実現可能性が確かめられた。人口成長率と１人当たりの消費を制御変数とする制御体系において，効用函数，生産函数が Cobb＝Douglas 型函数に特定化されるところで上の最適性が満たされる可能性をみた。

ところで，以上の議論において技術水準，時間選好率の水準は時間を通じて一定であるものと暗に想定されていた。技術進歩，変動的時間選好率の導入は，議論の発展化の一方向であろう。

References

［１］ K. J. Arrow, “Rawls’ Principle of Just Saving,” *Swedish Journal of Economics*, 75, 1973.

［２］ G. A. Calvo, “Optimal Maximin Accumulation with Uncertain Future Technology,” *Econometrica*, 45, 1977.

［３］ ________, “Some Notes on Time Inconsistency and Rawls’ Maximin Criterion,” *Review of Economic Studies*, 45, 1978.

［４］ ________, “Optimal Population and Capital over Time : The Maximin Perspective,” *Review of Economic Studies*, 46, 1979.

［５］ P. S. Dasgupta, “On the Concept of Optimum Population,” *Review of Economic Studies*, 36, 1969.

［６］ P. A. Diamond, “National Debt in a Neoclassical Growth Model,” *American Economic Review*, 55, 1965.

［７］ T. C. Koopmans, “On the Concept of Economic Growth,” in *The Economic Approach to Development Planning*, North–Holland, 1965.

［８］ J. E. Meade, *Trade and Welfare*, Oxford University Press, 1955.

［９］ E. S. Phelps, “Population Increase,” *Canadian Journal of Economics*, 1, 1968.

［10］ ________, “Taxation of Wage Income for Economic Justice,” *Quarterly Journal of Economics*, 87, 1973.

［11］ ________, and J. G. Riley, “Rawlsian Growth : Dynamic Programming of Capital and Wealth for Intergeneration ‘Maximin’ Justice,” *Review of Economic Studies*, 45, 1978.

［12］ J. Rawls, “Distributive Justice,” in P. Laslett and W. G. Runciman（eds.）, *Philosophy, Politics and Society*, Blackwell, 1967.

［13］ J. G. Riley, “Further Remarks on Rawls’s Principle of Just Saving,” *Scandinavian Journal of Economics*, 76, 1976.

［14］ P. A. Samuelson, "The Optimum Growth Rate for Population," *International Economic Review*, 17, 1976.
［15］ R. M. Solow, "Intergenerational Equity and Exhaustible Resources," *Review of Economic Studies*, Symposium, 1974.
［16］ H. R. Varian, "Equity, Envy and Efficiency," *Journal of Economic Theory*, 9, 1974.
［17］ C. C. von Weizsäcker, "Existence of Optimal Programs of Capital Accumulation for an Infinite Time Horizon," *Review of Economic Studies*, 32, 1965.