

株式売買における統計的裁定のパフォーマンス¹⁾

石 鎚 英 也 (専修大学ネットワーク情報学部)

How Pairs Trading Works in the Japanese Stock Market

Hideya ISHIZUCHI (School of Network and Information, Senshu University)

It is widely known that various anomalies and stylized facts go with stock prices. Volatility clustering and calendar effects in price time series are well-known examples. Some traders take advantage of such market distortions to increase their profits or reduce the risks of trading. Pairs trading is one of their practical and typical ways. In this paper, time-series data of stock prices in the first section of the Tokyo Stock Exchange are investigated, and risks in and rewards for pairs trading is evaluated through computer simulation.

キーワード：統計的裁定，ペア・トレード，シミュレーション，共和分

Key words: Statistical Arbitrage, Pairs Trading, Simulation, Cointegration

1. はじめに

伝統的なファイナンス理論は効率的市場仮説 (Fama [1970, 1991]) を前提とするが、この仮説については、学者や市場関係者の間で長年論争が繰り広げられてきた (例えば伊藤 [2007])。実務的な株式投資の分野でも同様である。例えば、株価時系列はランダム・ウォークであり、広く分散投資されたインデックス・ファンドにバイ・アンド・ホールド (買い持ち) 戦略で臨むのがよいという立場 (マルキール [2007])²⁾ (仮説の受容)、グレームやバフェット流の財務諸表分析を中心とするファンダメンタル分析³⁾ を推奨する立場 (井手 [2008]) (セミ・ストロング型仮説の否定)、ランダム・ウォーク以外で株価やボラティリティの動きを説明しようとする立場⁴⁾ (ウィーク型仮説の否定) など様々である。

株価時系列には各種のアノマリーあるいは stylized facts⁵⁾ があることが知られている。例えば、株価の大きな (小さな) 変動が継続するとされるボラティリティ・クラスターリングや1月や週末における収益率は他に比べて高いとされるカレンダー効果などは有名である。他にも様々な効果 (歪み) が指摘されている (収益あるいは、その絶対値、2乗値の自己相関、ファット・テールな収益分布の形状、収益分散などの不均一性、時系列モデルの非線形性、価格や時間の特徴的なスケールがないこと、取引量の時間的な偏り、長期記憶など)。従って、株価時系列が厳密な意味でランダム・ウォークに従うとは考えにくい。つまり、ウィーク型であっても効率的市場仮説は厳密な意味では成立しないであろう。しかしながら、その場合でも、売買には様々なコスト (例えば、手数料などのトランザクションコストや売買スプレッド、スリッページなど) が伴うことから、それを上回る非効率性がなければ、市場は実質的に効率的だと考えられる。アクティブ・ファンドやヘッジ・ファンドは、市場を上回る (あるいは市場に左右されない) 収益の確保を志向するが、市場の効率性が高まるほど、それは難しくなっていくはずである。

受付: 2009年 9月 30日

受理: 2009年 11月 17日

本論文では、東証1部銘柄の株価時系列を対象とし、ヘッジ・ファンドの戦略の1つであるペア・トレード（さや取り）による統計的裁定について、統計的なデータ解析とシミュレーションによりその基本的なパフォーマンスを調べることを目的とする。統計的裁定によって、市場を上回る収益（ α ）を得ることはどの程度可能なのか、そのパフォーマンスはどの程度か、あるいは、大きな変化やトレンドはないだろうかといったことが主な関心事である。シミュレーションや分析方法についてもやや詳細に例示する。

現在、さまざまな投資ファンドが台頭してきており、良くも悪くも実体経済や私たちの生活にも影響を及ぼしている（北村 [2006]）。ファンドの運用成績が公開されても、とりわけ、オープンに取引されない私募ファンドについては、トレードの具体的な戦略やパフォーマンスの詳細は外部からは分かりにくい。日本の株式市場を対象としたペア・トレードについても最新の詳細な資料は見当たらないが、海外の研究や文献によって要素技術の概要を知ることができる（例えば、ビディアマーヒー [2006]、Herlemont [2004]）。それを基にしたトレードのシミュレーションにより、“ブラックボックス化”されたトレードの実態に多少とも触れることができると思われる。

2章では、ペア・トレードによる統計的裁定の基本的な考え方を述べる。3章では、市場の概観と取り扱うデータの概要について述べる。4章では、トレード・シミュレーションについて例示し、5章で分析結果を述べる。6章でまとめと今後の課題に触れる。

2. 統計的裁定

ヘッジ・ファンドの主な投資戦略は、アービトラージ（裁定）型、ディレクショナル型、イベントドリブン型、マルチ・ストラテジーに分類されることがある（河本他 [2008]）。このうち、アービトラージ型の戦略は、「個別資産の相対的な割高・割安度の解消から収益を獲得」することを意図し、「売りと買いを組み合わせ、市場動向に拠らない収益を追求」⁹⁾しようとするもので、具体的には、債券アービトラージ⁷⁾、CBアービトラージ、株式マーケットニュートラルなどがある（河本他 [2008]）。本論文で考察するペア・トレードによる統計的裁定は、アービトラージ型の戦略の1つである。

“純粋な”裁定は価格に歪みのある資産からリスクを負うことなく利益を得ようとする戦略（リビングスレイ [2007]）を意味する。例えば、ある商品の現物価格と先物価格に差があるとき、安い方を買って高い方を売れば、清算日において、その時点の現物価格と先物価格の如何にかかわらず、その差額を利益として（無リスクで）得ることができる。また、一定期間利益を確定させておくために用いられる“つなぎ売り”⁸⁾も広義の裁定取引とみなすことができるであろう。以下で考察するペア・トレードによる統計的裁定は、マーケットニュートラル戦略に基づく“擬似的な”裁定取引の1つで、市場リターンと無相関なリターンを生むポートフォリオによってトレードするものである（CAPMの文脈で言うと、 $\beta=0$ ということである）⁹⁾。勿論、純粋な裁定と異なり、これはリスクを伴う取引である。

ペア・トレードによる統計的裁定の基本的な考え方は単純である。ある銘柄の株価時系列が仮に（少なくとも平均に関して）定常だとすると、株価の平均値は意味を持つ。そして、株価が平均値を下回る時点で買い、平均値を上回る時点で売れば正のリターンを得られる¹⁰⁾。株価が平均値を上回る時点で空売りし、平均値を下回る時点で買い戻しても同じことであるし、それらを“ドテン”で繰り返しても良い¹¹⁾。しかし、単一銘柄の株価時系列は非定常なので、複数（ペア・トレードでは2つ）の銘柄を利用して、一方はロングし他方をショートするポジションを考える。例えば、2つの銘柄（A, B）の株価が時刻 t でそれぞれ x_t, y_t だとし、時刻 $t+1$ で x_{t+1}, y_{t+1} だとする。時刻 t で A をロング、B をショートし

たポジションを時刻 $t+1$ で解消すると、 $(x_{t+1}-x_t)+(y_t-y_{t+1})=\Delta_{t+1}-\Delta_t$ が利益となる (ただし、 $\Delta_t = x_t - y_t$ 、 Δ_{t+1} も同様)。 Δ_t を (t での) スプレッド¹²⁾と呼ぶと、ペア・トレードでの利益は、スプレッドの差から生じることになる。そして、 x_t 、 y_t が非定常でも、もしスプレッドの時系列が定常ならば、上と同様のトレードは (スプレッド差がコスト以上ならば) 安定した利益を生む (エッジを持つ) 可能性がある。すなわち、スプレッドが平均より下ならペアをロング (A を買い、B を売り) し、スプレッドが平均より上ならペアをショート (A を売り、B を買い) すればよいことになる。より一般的には、比率 $1:|b|$ ($b < 0$) で A と B のポートフォリオを構成し、スプレッド $\Delta_t = x_t + by_t$ を使ったトレードを行う。このような統計的裁定の理論的な根拠は共和分 (Engle[1987]) の概念である¹³⁾。2変量の共和分解析を使えば、 x_t 、 y_t の1次結合 $ax_t + by_t$ を定常にするパラメータ a 、 b (一般性を失わず $a=1$ と仮定できる) の存在を検定したり求めたりすることが可能となる。

3. 市場の概要と対象データ

ここでは、株式市場全体の動向を概観し、対象とするデータについて述べる¹⁴⁾。まず、東証株価指標 (TOPIX) の1961年1月から2009年7月までの月次終値、月次収益率、年次ボラティリティを Figure 1 に示す¹⁵⁾ (サンプルサイズは583)。TOPIX は、1989年12月に最高値2,881.37を記録している。収益率グラフの破線は、標本平均 (約0.5) と $\pm 3\sigma$ (平均から標準偏差 (約5.1) の3倍上下した値) を示す。 3σ

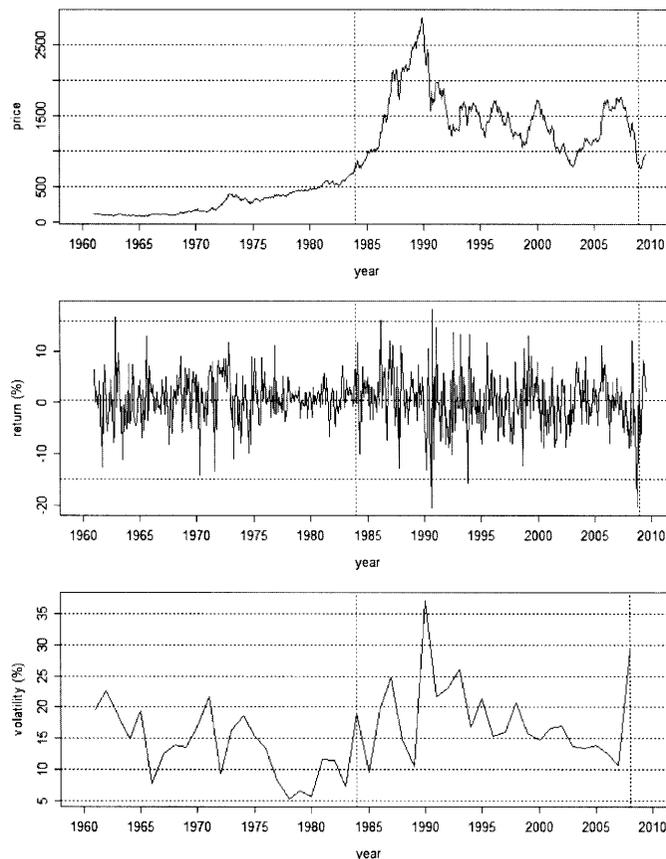


Figure 1 Closing Prices, Returns, and Volatilities of TOPIX

を超える上昇率は、1990年10月(約18.2%)、1962年11月(約16.6%)、1986年3月(約16.1%)の3回生じている。逆に、 3σ を超える下落率も3回あり、そのうち、1990年9月(バブル崩壊)と2008年10月(世界金融危機)には20%を超える下落率(それぞれ約20.4%と20.1%)となっている¹⁶⁾。

この期間の月次収益率に関する要約統計量を Table 1 (上) に示す¹⁷⁾。LB (20) は Diebold [1988] による分散不均一性を調整した Ljung-Box 統計量である(渡部[2000], pp. 17-18 を参照)。尖度は3を上回っており、株式収益率についてよく知られているように、正規分布より裾の厚い(ファット・テールな)分布である¹⁸⁾。実際、収益率が標本平均から 3σ より上回るケースが1件(割合は0.0033)、 3σ より下回るケースが2件(割合は0.0066)あり、正規分布の場合の割合(いずれも0.00135)より頻度が高い。歪度の絶対値は標準誤差に比してそれほど大きくないが、値が負であることから、左の裾が若干厚く、価格が下がるときに極端な値が生じる可能性(下方リスク)がやや高いことが分かる。また、LB (20) の数値から、収益率の1階から20階までの自己相関が全て0であるという帰無仮説は有意水準10%以上(p 値は0.361)で採択され、系列相関は見受けられない¹⁹⁾。

Table 1 Summary Statistics of Monthly Return (%)

Period: 1961/1-2008/12

size	mean	S.D.	max	min	skewness	kurtosis	LB (20)
583	0.503 (0.212)	5.11	18.15	-20.42	-0.189 (0.101)	4.30 (0.203)	21.63

Period: 1984/1-2008/12

300	0.218 (0.330)	5.71	18.15	-20.42	-0.123 (0.141)	3.98 (0.283)	18.42
-----	------------------	------	-------	--------	-------------------	-----------------	-------

シミュレーションや分析に用いたデータは、東証1部銘柄(2009年7月1日現在)の1983年1月4日から2008年12月30日まで26年間の日次の(調整後²⁰⁾終値である²¹⁾(銘柄数は1,702)。従って、期中上場廃止銘柄は含まれていない。また、シミュレーションでの投資候補は、シミュレーション開始時点から1年以上前に上場した銘柄(すなわち、少なくとも1年分の履歴データが利用できる銘柄)としている。東証1部への上場の時期が異なることと、売買が成立しない等の理由で欠損値が含まれるため、銘柄ごとに標本数は異なるが、全日数は6,612である²²⁾。各銘柄の終値の(上場後の)欠損値については、単純な線形補間による値で代用した。ベンチマークとしては、1984年1月から2008年12月までのTOPIXの月次終値(あるいは月次収益率)と収益率の年次ボラティリティを用いる²³⁾。Figure 1のグラフにおける垂直な破線がこの期間に対応している。

4. シミュレーションの概要

ここでは、本論文で行ったシミュレーションの概要を述べ、いくつかのデータ解析結果について例示する。検証期間は、1984/01/04-2008/12/31とし、1年単位でトレードのパフォーマンス計算を繰り返した²⁴⁾。基本的な手順は、各年 t ($1984 \leq t \leq 2008$)について以下の手順を実行することである:

1. 【ペア集合の選択】ペア集合(ペア・トレードする銘柄のペアの集合)を前年 $t-1$ の株価データから決定する。
2. 【トレード・ログの作成】ペア集合の各ペアについて、年 t の株価データに基づき(トレード)シグナルの発生日次を特定し、売買をシミュレートしてログを保存する。

3. 【パフォーマンス計算】ログのデータからパフォーマンスの指標を計算する。
それぞれの詳細を以下に例示する。

4-1. ペア集合の選択

t 年 ($t_1 \leq t \leq t_2$) にトレードするポートフォリオは、前年 ($t-1$) のデータに基づいて選択した銘柄のペア集合から構成されている²⁵⁾。適切なペアを選択するために共和分解析²⁶⁾を行ったが、対象銘柄のペアの総数は150万組弱と膨大なため、全てのペアについて行うのは計算上の負荷が大きい。そのため、先ずスクリーニングによって候補ペアを絞り、それらについて共和分解析を行うこととした。スクリーニングでは、日次収益率（終値の対数差分）の2銘柄間の相関を求め、強いものから100個のペアを選んだ²⁷⁾。紙面の都合上、この章では、TOPIXが最高値を付けた1989年と翌年1990年、翌々年1991年の分析について、銘柄ペアの数を20とした例で説明する。

スクリーニング

それぞれの年の前年のデータにより抽出した日次収益率の相関の高い銘柄のペアを以下の3つの表に示す。表の見出しは、corが相関係数、codeが株式コード、nameが銘柄の名称、kindが業種²⁸⁾をそれぞれ示している。

20組のペアにおいて、1988年と1989年では0.7から0.8程度の相関を示しており、1990年では0.8以上の相関を示すペアが多くなっている。ペアは、概ね同じ業種の銘柄から構成されており、それぞれの年で7, 3, 8業種である。また、総銘柄数は22, 17, 28と少なく、重複が多いことが分かる²⁹⁾。1988年では、電気と鉄鋼に属する銘柄が多い（同一銘柄を重複してカウントすると、それぞれ22と7）。1989年では、電力に属する銘柄が非常に多く、建築がそれに次いでいる（それぞれ24と10）。1990年では、建築（8）、電力、機械、電気（それぞれ6）と分散化している。

Table 2 Correlated Stocks (1988)

No.	cor	code 1	code 2	name 1	name 2	kind 1	kind 2
1	0.799	5401	5405	新日鉄	住金	鉄	鉄
2	0.794	6502	6503	東芝	三菱電	電	電
3	0.791	6501	6702	日立	富士通	電	電
4	0.790	6501	6752	日立	パナソニック	電	電
5	0.787	6701	6752	NEC	パナソニック	電	電
6	0.781	8601	8604	大和	野村	融	融
7	0.769	1801	1802	大成建	大林組	建	建
8	0.762	6701	6702	NEC	富士通	電	電
9	0.761	6501	6701	日立	NEC	電	電
10	0.748	6758	6773	ソニー	パイオニア	電	電
11	0.741	5401	7011	新日鉄	三菱重	鉄	機
12	0.740	6702	6752	富士通	パナソニック	電	電
13	0.727	5405	5406	住金	神戸鋼	鉄	鉄
14	0.724	6501	6502	日立	東芝	電	電
15	0.723	6752	6758	パナソニック	ソニー	電	電
16	0.723	6752	6773	パナソニック	パイオニア	電	電
17	0.721	5401	5406	新日鉄	神戸鋼	鉄	鉄
18	0.718	9502	9503	中部電	関西電	エ	エ
19	0.712	7203	7267	トヨタ	ホンダ	輸	輸
20	0.710	9504	9507	中国電	四国電	エ	エ

Table 3 Correlated Stocks (1989)

No.	cor	code 1	code 2	name 1	name 2	kind 1	kind 2
1	0.783	9501	9503	東電	関西電	エ	エ
2	0.776	9502	9503	中部電	関西電	エ	エ
3	0.771	1801	1802	大成建	大林組	建	建
4	0.759	5401	5405	新日鉄	住金	鉄	鉄
5	0.751	1802	1861	大林組	熊谷組	建	建
6	0.737	1801	1803	大成建	清水建	建	建
7	0.736	9506	9507	東北電	四国電	エ	エ
8	0.735	9501	9502	東電	中部電	エ	エ
9	0.732	9505	9507	北陸電	四国電	エ	エ
10	0.729	9504	9507	中国電	四国電	エ	エ
11	0.726	9507	9508	四国電	九州電	エ	エ
12	0.726	9503	9506	関西電	東北電	エ	エ
13	0.721	5405	5406	住金	神戸鋼	鉄	鉄
14	0.718	1802	1803	大林組	清水建	建	建
15	0.717	9506	9508	東北電	九州電	エ	エ
16	0.711	5401	5406	新日鉄	神戸鋼	鉄	鉄
17	0.704	9503	9509	関西電	北海電	エ	エ
18	0.703	9507	9509	四国電	北海電	エ	エ
19	0.703	1833	1861	奥村組	熊谷組	建	建
20	0.702	9501	9505	東電	北陸電	エ	エ

Table 4 Correlated Stocks (1990)

No.	cor	code 1	code 2	name 1	name 2	kind 1	kind 2
1	0.847	9501	9503	東電	関西電	エ	エ
2	0.828	8001	8002	伊藤忠	丸紅	商	商
3	0.820	1802	1812	大林組	鹿島	建	建
4	0.813	1801	1802	大成建	大林組	建	建
5	0.811	8001	8031	伊藤忠	三井物	商	商
6	0.809	6502	6503	東芝	三菱電	電	電
7	0.807	7013	7012	IHI	川重	機	輸
8	0.806	1801	1812	大成建	鹿島	建	建
9	0.804	6501	6752	日立	パナソニック	電	電
10	0.803	7011	7013	三菱重	IHI	機	機
11	0.803	5631	9107	日製鋼	川崎汽	機	海
12	0.801	9104	9107	商船三井	川崎汽	海	海
13	0.797	7004	7003	日立造	三井造	機	輸
14	0.797	6501	6503	日立	三菱電	電	電
15	0.796	9504	9507	中国電	四国電	エ	エ
16	0.793	9507	9509	四国電	北海電	エ	エ
17	0.793	7003	7012	三井造	川重	輸	輸
18	0.792	1890	1893	東洋建	五洋建	建	建
19	0.790	4043	4091	トクヤマ	大陽日酸	化	化
20	0.789	6302	9107	住友重	川崎汽	機	海

単位根検定

共和分検定の前段階として、各銘柄の終値を用いて単位根検定を行った。結果を以下の3つの表に示す。ここでは、Dickey-Fuller 検定をベースとする Dolado, Jenkinson, and Sosvilla-Rivero による段階的な手順を用いた³⁰⁾。4~8列は終値の原系列についての結果で、9~13列は差分系列についての結果である(有意水準は0.05)。

ur 列の値は、T (true) であれば単位根あり、F (false) であれば単位根なし(定常)であることを示す。cr は検定のどの段階で結論が得られたかを示し、mod はその段階でのモデルの種別を示している。この検定手順で仮定されるモデルは下記(1)~(3)の3タイプである³¹⁾。表の trend はトレンドとドリフトを含む(1)のモデル、drift はドリフトのみを含む(2)のモデル、none はトレンドもドリフトも含まない(3)のモデルをそれぞれ示している。表の p の列は、モデルにおける差分の最大ラグを示す³²⁾。また、 \bar{R}^2 はモデルの自由度調整済み決定係数を示している。

$$\text{(trend)} \quad \Delta x_t = at + bx_{t-1} + c + \sum_{i=1}^p d_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad \dots(1)$$

$$\text{(drift)} \quad \Delta x_t = bx_{t-1} + c + \sum_{i=1}^p d_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad \dots(2)$$

$$\text{(none)} \quad \Delta x_t = bx_{t-1} + \sum_{i=1}^p d_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad \dots(3)$$

終値の原系列の多くは、検定の最終段階(t5)で単位根ありと判定されているが、1989年のデータでは、3つの建設関連銘柄がドリフト付き定常と判定されている。差分系列については、いずれも検定の最初の段階(t1)で定常と判定されている。また、選択されたラグについては、1988年と1989年では比較的短いながら1990年には相対的に長くなっているようである。自由度調整済み決定係数は、原系列では0.1を超えるものは稀だが、差分系列では0.38~0.55あたりに分布している。

検定結果や得られるモデルは想定する最大ラグやラグの選択基準に依存するため、下記の結果を鵜呑みにはできないが、銘柄の多くは、原系列で単位根があり差分系列では定常である(すなわち、1次の和分過程 $I(1)$ に従う)とみなしても問題ないと考えられる。

Table 5 Unit Root Test (1988)

No.	code	name	原系列					差分系列				
			ur	cr	mod	p	\bar{R}^2	ur	cr	mod	p	\bar{R}^2
1	5401	新日鉄	F	t5	none	2	0.035	F	t1	trend	1	0.503
2	6502	東芝	T	t5	none	6	0.034	F	t1	trend	1	0.539
3	6501	日立	T	t5	none	1	-0.006	F	t1	trend	1	0.509
4	6701	NEC	T	t5	none	3	0.016	F	t1	trend	2	0.522
5	8601	大和	T	t5	none	1	0.013	F	t1	trend	1	0.421
6	1801	大成建	T	t5	none	1	0.002	F	t1	trend	1	0.509
7	6758	ソニー	T	t5	none	1	0.028	F	t1	trend	1	0.411
8	6702	富士通	T	t5	none	1	0.000	F	t1	trend	3	0.548
9	5405	住金	T	t5	none	2	0.022	F	t1	trend	1	0.484
10	6752	パナソニック	T	t5	none	1	-0.006	F	t1	trend	1	0.481
11	9502	中部電	T	t5	none	3	0.107	F	t1	trend	2	0.359
12	7203	トヨタ	T	t5	none	6	0.030	F	t1	trend	5	0.450
13	9504	中国電	T	t5	none	1	0.037	F	t1	trend	1	0.409
14	6503	三菱電	T	t5	none	2	0.016	F	t1	trend	1	0.542

15	8604	野村	T	t5	none	1	0.013	F	t1	trend	1	0.427
16	1802	大林組	T	t5	none	1	-0.004	F	t1	trend	1	0.489
17	6773	パイオニア	T	t5	none	1	0.000	F	t1	trend	1	0.454
18	7011	三菱重	T	t5	none	4	0.031	F	t1	trend	3	0.552
19	5406	神戸鋼	T	t5	none	3	0.037	F	t1	trend	2	0.546
20	9503	関西電	T	t5	none	1	0.038	F	t1	trend	1	0.409
21	7267	ホンダ	T	t5	none	1	0.000	F	t1	trend	1	0.460
22	9507	四国電	F	t5	none	1	0.067	F	t1	trend	1	0.385

Table 6 Unit Root Test (1989)

No.	code	name	原系列					差分系列				
			ur	cr	mod	p	\bar{R}^2	ur	cr	mod	p	R^2
1	9501	東電	T	t5	none	1	-0.005	F	t1	trend	1	0.499
2	9502	中部電	T	t5	none	1	-0.007	F	t1	trend	1	0.515
3	1801	大成建	T	t5	none	4	0.014	F	t1	trend	3	0.535
4	5401	新日鉄	T	t5	none	1	-0.005	F	t1	trend	1	0.473
5	1802	大林組	F	t3	drift	4	0.056	F	t1	trend	5	0.495
6	9506	東北電	T	t5	none	2	-0.004	F	t1	trend	1	0.492
7	9505	北陸電	T	t5	none	1	0.005	F	t1	trend	1	0.558
8	9504	中国電	T	t5	none	1	-0.001	F	t1	trend	1	0.544
9	9507	四国電	T	t5	none	1	0.001	F	t1	trend	1	0.549
10	9503	関西電	T	t5	none	1	-0.007	F	t1	trend	1	0.499
11	5405	住金	T	t5	none	1	-0.005	F	t1	trend	1	0.469
12	1833	奥村組	F	t3	drift	2	0.034	F	t1	trend	2	0.488
13	1861	熊谷組	T	t5	none	4	0.011	F	t1	trend	3	0.522
14	1803	清水建	F	t3	drift	4	0.091	F	t1	trend	3	0.449
15	9508	九州電	T	t5	none	1	-0.008	F	t1	trend	1	0.501
16	5406	神戸鋼	T	t5	none	1	0.003	F	t1	trend	1	0.444
17	9509	北海電	T	t5	none	1	-0.008	F	t1	trend	2	0.519

Table 7 Unit Root Test (1990)

No.	code	name	原系列					差分系列				
			ur	cr	mod	p	\bar{R}^2	ur	cr	mod	p	\bar{R}^2
1	9501	東電	T	t5	none	1	0.003	F	t1	trend	1	0.491
2	8001	伊藤忠	T	t5	none	2	0.033	F	t1	trend	1	0.439
3	1802	大林組	T	t5	none	1	-0.004	F	t1	trend	1	0.475
4	1801	大成建	T	t5	none	2	0.006	F	t1	trend	1	0.478
5	6502	東芝	F	t5	none	6	0.041	F	t1	trend	5	0.523
6	7013	IHI	T	t5	none	1	0.030	F	t1	trend	8	0.442
7	6501	日立	T	t5	none	1	-0.004	F	t1	trend	4	0.516
8	7011	三菱重	T	t5	none	9	0.054	F	t1	trend	8	0.529
9	5631	日製鋼	T	t5	none	2	0.041	F	t1	trend	4	0.427
10	9104	商船三井	T	t5	none	13	0.087	F	t1	trend	12	0.490
11	7004	日立造	T	t5	none	9	0.055	F	t1	trend	8	0.482
12	9504	中国電	T	t5	none	9	0.047	F	t1	trend	8	0.534
13	9507	四国電	T	t5	none	9	0.055	F	t1	trend	8	0.510
14	7003	三井造	T	t5	none	1	0.038	F	t1	trend	1	0.395
15	1890	東洋建	T	t5	none	1	0.015	F	t1	trend	1	0.426

16	4043	トクヤマ	T	t5	none	2	0.066	F	t1	trend	1	0.431
17	6302	住友重	T	t5	none	1	0.027	F	t1	trend	1	0.412
18	9503	関西電	T	t5	none	1	0.001	F	t1	trend	1	0.493
19	8002	丸紅	T	t5	none	1	0.005	F	t1	trend	1	0.457
20	1812	鹿島	T	t5	none	1	-0.002	F	t1	trend	1	0.467
21	8031	三井物	T	t5	none	2	0.028	F	t1	trend	8	0.444
22	6503	三菱電	T	t5	none	1	0.012	F	t1	trend	1	0.551
23	7012	川重	T	t5	none	1	0.033	F	t1	trend	1	0.409
24	6752	パナソニック	T	t5	none	1	-0.001	F	t1	trend	1	0.481
25	9107	川崎汽	T	t5	none	9	0.102	F	t1	trend	8	0.448
26	9509	北海電	T	t5	none	1	0.002	F	t1	trend	1	0.483
27	1893	五洋建	T	t5	none	4	0.033	F	t1	trend	3	0.449
28	4091	太陽日酸	T	t5	none	1	0.046	F	t1	trend	1	0.389

共和分検定

各ペア銘柄の終値を用いて共和分解析を行った結果を以下の3つの表に示す。共和分検定については、Johansenによるトレース検定と最大固有値検定を用いた³³⁾。表の行はスクリーニングにおける行に対応している。例えば、Table 8の1行目は、Table 2の1行目(1988年の新日鉄と住金)に対応している。表のtrace, eigen列は、それぞれトレース検定と最大固有値検定の結果を示す。値1は共和分ベクトルが存在するとは言えないことを示し、0.01, 0.05, 0.1はそれぞれの値の有意水準で有意である(1個の共和分ベクトルが存在する)ことを示している。Johansenの検定では、誤差修正モデルECM(error-correction model)としてトレンド項を持つモデルなどいくつかのモデルが想定されることがある。しかし、終値が1次の和分過程I(1)であると考えられることと、誤差修正項の定常性がペア・トレードの基本的な前提であることから、本論文では、誤差修正項に定数cを含む下記のようなECMを想定して検定を行った³⁴⁾。

$$(ECM) \Delta x_t = a(b'x_{t-1} + c) + \sum_{i=1}^p D_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad \dots(4)$$

表のpはECMの差分ベクトルの階数である³⁵⁾。bは、共和分ベクトルbの第2要素、a₁, a₂は、調整係数ベクトルaの各要素、cは誤差修正項の定数を示している。また、arch, seri, normの3列は、ECMを原系列のVAR表現に変換し、その残差について診断テストを行った結果である³⁶⁾。archは不均一分散を調べるARCH検定(ラグ5)、seriは系列相関を調べるPortmanteau検定(ラグ16)、normは正規性を調べる多変量Jarque-Bera検定をそれぞれ意味する。表の数値はそれぞれの検定におけるp値を示している。それぞれ、均一分散、無相関性、正規性を帰無仮説としているので、いずれも大きい値が好ましい。

Table 8 Cointegration Analysis (1988)

No.	trace	eigen	p	b	a ₁	a ₂	c	arch	seri	norm
1	0.1	1	3	-1.116	-0.061	-0.026	-85	0.000	0.099	0.000
2	1	1	2	-0.532	-0.032	-0.024	-552	0.001	0.229	0.000
3	1	1	1	-2.270	0.028	0.034	2,141	0.000	0.000	0.000
4	1	1	1	3.814	-0.004	-0.006	-10,794	0.000	0.012	0.000
5	1	1	1	-0.608	-0.025	0.036	-569	0.008	0.078	0.000
6	0.1	1	2	-0.605	-0.085	0.029	-133	0.671	0.863	0.000
7	0.1	0.05	2	-1.438	0.064	0.136	425	0.250	0.506	0.000

8	1	1	5	0.283	-0.027	-0.001	-2,451	0.124	0.283	0.000
9	1	1	2	31.715	0.000	-0.001	-64,465	0.000	0.028	0.000
10	1	1	2	-5.403	0.001	0.005	12,758	0.000	0.284	0.000
11	1	1	3	-1.168	-0.037	-0.017	293	0.000	0.540	0.000
12	1	1	1	0.298	-0.022	-0.037	-2,316	0.000	0.130	0.000
13	1	1	1	-1.284	0.016	0.020	187	0.000	0.328	0.000
14	1	1	3	-1.690	0.000	0.019	194	0.000	0.026	0.000
15	1	1	2	0.356	-0.020	-0.003	-3,244	0.000	0.237	0.000
16	1	1	1	0.308	-0.021	-0.024	-3,356	0.003	0.068	0.000
17	0.05	0.05	3	-1.188	-0.081	-0.036	-85	0.000	0.062	0.000
18	1	1	4	-0.944	-0.083	-0.044	-187	0.058	0.872	0.000
19	0.05	0.05	1	-1.597	0.059	0.074	-324	0.000	0.862	0.000
20	0.05	0.01	2	-0.989	-0.060	0.128	-83	0.000	0.735	0.000

Table 9 Cointegration Analysis (1989)

No.	trace	eigen	p	b	a_1	a_2	c	arch	seri	norm
1	1	1	1	-1.684	-0.011	0.023	1,828	0.000	0.577	0.000
2	0.1	1	2	-0.868	0.008	0.131	-343	0.000	0.562	0.000
3	1	1	2	1.700	-0.016	-0.015	-4,603	0.137	0.293	0.000
4	1	1	2	0.920	-0.010	-0.002	-1,481	0.292	0.778	0.051
5	1	1	1	-0.016	-0.037	-0.218	-1,585	0.082	0.195	0.000
6	1	1	2	0.788	-0.019	-0.027	-3,380	0.000	0.091	0.000
7	0.01	0.01	2	-0.996	-0.187	0.118	-157	0.220	0.700	0.000
8	1	1	2	-4.550	0.002	0.009	14,097	0.152	0.275	0.000
9	0.01	0.01	1	-1.031	-0.309	0.203	55	0.035	0.941	0.000
10	0.01	0.01	1	-0.927	-0.343	0.024	-337	0.000	0.652	0.000
11	0.01	0.01	2	-0.996	-0.037	0.387	71	0.002	0.878	0.000
12	0.1	0.1	2	-1.666	-0.081	0.034	1,606	0.455	0.857	0.000
13	1	1	1	-1.763	0.005	0.033	620	0.579	0.718	0.000
14	1	1	1	0.255	-0.025	-0.029	-2,327	0.003	0.162	0.000
15	0.01	0.01	1	-0.993	-0.052	0.221	-82	0.103	0.755	0.000
16	1	1	2	-1.292	0.010	0.034	224	0.802	0.577	0.000
17	1	1	4	-0.869	-0.079	-0.052	-1,453	0.390	0.930	0.000
18	0.01	0.01	2	-0.880	-0.232	-0.002	-412	0.521	0.589	0.000
19	1	1	5	-0.093	-0.048	-0.160	-828	0.000	0.243	0.000
20	1	1	2	-20.719	0.002	0.002	69,832	0.863	0.358	0.000

Table 10 Cointegration Analysis (1990)

No.	trace	eigen	p	b	a_1	a_2	c	arch	seri	norm
1	0.01	0.01	1	-1.247	-0.208	-0.004	47	0.015	0.939	0.000
2	0.1	1	2	-1.386	0.082	0.103	212	0.000	0.510	0.000
3	1	1	2	12.935	-0.001	-0.002	-22,777	0.004	0.436	0.000
4	1	1	1	-0.678	-0.044	-0.019	-196	0.000	0.449	0.000
5	0.1	1	2	-1.130	0.059	0.097	172	0.874	0.692	0.000
6	0.1	0.1	2	-1.015	-0.145	0.025	-85	0.000	0.885	0.000
7	1	1	2	-1.156	-0.070	-0.030	-54	0.000	0.184	0.000
8	1	1	3	10.705	-0.001	-0.002	-17,810	0.133	0.936	0.020

9	1	1	1	-0.756	-0.010	0.057	101	0.000	0.717	0.000
10	1	1	5	-0.866	0.024	0.039	-138	0.000	0.190	0.000
11	1	1	3	-0.969	0.005	0.034	-85	0.343	0.193	0.000
12	1	1	6	-1.053	0.096	0.111	35	0.000	0.501	0.000
13	1	1	4	-2.060	-0.009	0.021	131	0.001	0.085	0.000
14	1	1	5	-1.113	0.040	0.053	-454	0.002	0.647	0.000
15	1	1	10	-0.445	-0.030	-0.018	-1,267	0.001	0.336	0.026
16	0.01	0.01	3	-0.955	-0.553	-0.305	-114	0.001	0.180	0.000
17	1	1	2	-1.038	0.010	0.036	6	0.000	0.409	0.000
18	0.1	0.05	1	-0.410	-0.121	0.015	-34	0.000	0.182	0.000
19	0.1	0.1	3	-1.095	0.023	0.125	139	0.000	0.602	0.000
20	1	1	2	-0.914	0.007	0.071	-132	0.000	0.007	0.000

トレース検定と最大固有値検定のいずれかで有意水準 0.1 以下で共和分関係にあると判定されたペアの数は、それぞれ 6, 8, 7 (全体の 30~40%) と比較的大きな割合を占めている。特に、1989 年は、両検定で共に 0.01 の有意水準で有意と判定されたペアは 6 件と多い。

モデルのラグについては、単位根検定の場合と同じく、1988 年と 1989 年では比較的短いのが 1990 年には相対的に長くなっている。共和分ベクトル \mathbf{b} の第 1 要素は 1 に基準化されているため、第 2 要素が非負のものは、統計的裁定のペアとしては好ましくない³⁷⁾。第 2 要素が非負のものは、それぞれ 6, 4, 2 件存在しているが、共和分関係にあると判定されたペアについては、いずれも負の値となっている。調整係数ベクトル \mathbf{a} については、トレードの観点からは、値 (の絶対値) が大きいほど調整速度が速く、短いホールド期間でリターンが期待されるため好ましいと考えられるが、株価の絶対額や誤差修正項の値がペアごとに異なるため単純な比較はできない。 \mathbf{a} の要素 a_1, a_2 について、 $\|\mathbf{a}\| = |a_1| + |a_2|$ で \mathbf{a} のノルムを定義したとき、誤差修正項の値の平均値に占める $\|\mathbf{a}\|$ の割合を調整速度の指標とみなすことができる³⁸⁾。この指標の各年の平均値は、それぞれ 0.016, 0.507, 0.024 である。

診断テスト (arch) については、 p 値が 0.1 を超えるのは 3, 11, 3 と、年によって差があり 1989 年が最も良い。seri については、 p 値が 0.1 を超えるのは 12, 19, 18 と、いずれの年も概ね良好な結果である。norm については、どの年もほとんどのペアで正規性が棄却されている。正規性の問題は依然として残っているが、arch, seri の p 値が 0.1 を超える共和分ペアも残っており (それぞれ 2, 4, 1 件)、スクリーニング段階で 100 ペアをとれば、理論的な根拠のあるトレードが可能だと考えられる。

4-2. トレード・ログの作成とパフォーマンス計算

ここでは、シミュレーションにおけるトレード・ログの作成とパフォーマンスの計算について、上記と同じ 3 年 20 ペアの場合を例示する。

前述のように、シミュレーションでの各年のトレードは、その前年のデータより得られたモデルに基づいている。例えば、1989 年のトレードでは、1988 年のデータからスクリーニングされた銘柄ペアを対象とし、ペアごとに、誤差修正項の 1988 年の平均値 (m) と標準偏差 (s) から閾値 (上限と下限) を設定する。本研究では、 $m \pm ds$ のタイプの閾値を用いた (d はパラメータで、閾値係数と呼ぶことにする³⁹⁾)。そして、それぞれのペアの 1988 年のデータから得られた共和分ベクトルと調整係数ベクトルから 1989 年の各営業日における誤差修正項の値を計算し、閾値を下回っていればロングのポジションで、閾値を上回っていればショートのポジションでエントリーする。すなわち、銘柄ペア (A, B) について、共和分ベクトルを $\mathbf{b}' = [1 \ b]$ とすると、 $b < 0$ ならば、ロングポジションでは 1 単位の A を買い $|b|$ 単位

の B を空売りし、ショートポジションでは $|b|$ 単位の B を買い 1 単位の A を空売りする⁴⁰⁾。 $b > 0$ ならば、ロングポジションでは 1 単位の A と b 単位の B を買い、ショートポジションでは 1 単位の A と b 単位の B を空売りする⁴¹⁾。なお、エントリー時点で、すでに当該ペアのポジションがあれば、反対売買により解消し利益を確定させる。また、各年の最後の営業日 (大納会) には強制的にポジションを解消するものとする⁴²⁾。

各トレードの主要なパフォーマンスは以下のような資産倍率 (の近似値)、あるいは、それから 1 を差し引いた収益率やその標準偏差などで評価する。ただし、添え字 0 は投資時点、添え字 1 は決済時点を意味する (以下の数式においても同様)。

Table 11 Performance Index

	ロング	ショート
$b < 0$	$\frac{x_1 + b y_0}{x_0 + b y_1}$	$\frac{x_0 + b y_1}{x_1 + b y_0}$
$b > 0$	$\frac{x_1 + by_1}{x_0 + by_0}$	$\frac{x_0 + by_0}{x_1 + by_1}$

1988 年のスクリーニングで得られた最初のペア (新日鉄と住金) を例にとって、1988 年と 1989 年のトレードの様子を以下の表に示す⁴³⁾。見出しの pos はペアのポジションを示し、1 はロング、-1 はショートである。sdate, edate はそれぞれエントリーとエグジットの日付である。price 1, 2 はエントリー時のそれぞれの銘柄の株価、price 3, 4 はエグジット時のそれぞれの銘柄の株価を示している。また、ret は各トレードのパフォーマンス (資産倍率) である。ただし、1988 年はモデル作成期間であり、1989 年はそのモデルに基づいたトレードの検証期間である (作成期間のパフォーマンスは比較のために計算している)。

例えば、最初のトレードは、1988 年 1 月 4 日から 3 月 17 日の期間に行われている。1988 年の ECM における b は -1.116、 c は -85 (Table 8 参照) であり、1 月 4 日の両銘柄の株価から、誤差修正項の値は $359 - 1.116 \times 246 - 85 = -0.536$ と計算される。これは、1988 年の誤差修正項の値の平均値 (約 -25.13)⁴⁴⁾ を上回っているため、ショートポジションでエントリーすることになる。そして、3 月 7 日には、誤差修正項の値が $465 - 1.116 \times 366 - 85 \approx -28.5$ と平均値を下回るため、ポジションを解消する。そして、このトレードのパフォーマンスが、 $\frac{x_0 + |b|y_1}{x_1 + |b|y_0} = \frac{359 + 1.116 \times 366}{465 + 1.116 \times 246} \approx 1.038$ と計算される。資金をすべて再投資したとすれば、1988 年のパフォーマンスは約 1.15 に、1989 年では約 0.91 になる (ret 列の値の積)。

Table 12 Example of a Trading Log

pos	sdate	price1	price2	edate	price3	price4	ret
1988 年							
-1	19880104	359	246	19880317	465	366	1.0378
1	19880317	465	366	19880720	695	553	1.0196
-1	19880720	695	553	19880722	722	594	1.0140
1	19880722	722	594	19880723	720	571	1.0174
-1	19880723	720	571	19880830	671	549	1.0187
1	19880830	671	549	19880905	658	535	1.0021

-1	19880905	658	535	19880919	785	656	1.0058
1	19880919	785	656	19880922	780	645	1.0048
-1	19880922	780	645	19880928	811	681	1.0060
1	19880928	811	681	19881101	875	724	1.0099
-1	19881101	875	724	19881104	899	754	1.0056
1	19881104	899	754	19881115	909	750	1.0083
-1	19881115	909	750	19881228	870	702	0.9915
1989年							
-1	19890104	860	686	19890216	940	793	1.0231
1	19890216	940	793	19891229	793	857	0.8848

20ペア全体のシミュレーション結果をモデル作成期間と検証期間とで対比してみる。比較項目は、株価の対数差分の相関、トレードの頻度、(1トレードあたりの)収益率の平均値とその標準偏差、年次のシャープ・レシオ⁴⁵⁾、年次の収益率であり、それぞれの分布の様子を以下の6つの図(Figure 2~Figure 7)に示す。各図の上半分の上下6つのグラフ(箱ひげ図)は、モデル作成期間のペア全体(上の3つ)と共和分ペア⁴⁶⁾(下の3つ)のグラフであり、下半分の上下6つは検証期間のグラフ(上がペア全体、下が共和分ペア)である。グラフの下にある数値は、年、平均値(m)、標準偏差(sd)、変動係数(cv)を示している(上の数値がペア全体、下の数値が共和分ペア)。なお、グラフ間の比較の容易さを考慮して、いずれの図でも横軸の目盛を統一しているが、収益率については差異が見づらいため、横軸目盛の下限を-10%で切った図も付録2に示している。

株価の対数差分の相関については、モデル作成期間で相関の強いもの順にペアを選択していることから、検証期間での相関は下がることが予想される⁴⁷⁾。1988-89(1988年のモデル作成期間と1989年の検証期間対比)と1990-91については下がっており、ばらつきも大きい。1989-90については平均値がやや増加している。

トレードの頻度については、検証期間の方が少なく概ね半減しているが、かなり頻度の高いペアも存在しており、いずれの期間でもばらつきが大きい。

1トレードあたりの収益率についても検証期間の方が概ね少ない傾向にある(付録2の図も参照)。モデル作成期間ではすべてのペアが正のリターンを得ているが、検証期間では20ペア全体の平均値は、いずれも負になっている。10%を超える損失を出しているペアも存在し、ばらつきも大きくなっている。ただし、1990-91年の共和分ペアについては、正のリターンを得ている。

1トレードあたり収益率の標準偏差については、1989-90年の検証期間では、それぞれの前年のモデル作成期間の標準偏差の2倍弱と大きくなっている。共和分ペアについては、1989年の検証期間では標準偏差が大きく、1990-91年についても対応する(共和分ペアの)モデル作成期間の標準偏差の2倍程度と悪化しているが、20ペア全体と対比すれば、件数が少ないこともあって値は小さい。

収益率と標準偏差の変化から、シャープ・レシオについても検証期間の値はモデル作成期間の値より概ね半減した結果となっている。モデル作成期間で共和分ペアがペア全体を上回る(下回る)場合は検証期間でも同じ関係がみられる(1990年の検証期間における共和分ペアについては、平均値でみると同年のペア全体を下回っている)。

年間のリターンについても検証期間では非常に悪化しているが、1990年の検証期間における共和分ペアについては、平均値でみると前年のモデル作成期間のペア全体を上回っている。また、1990-91年では、共和分ペアのすべてが正のリターンを得ていることが分かる。

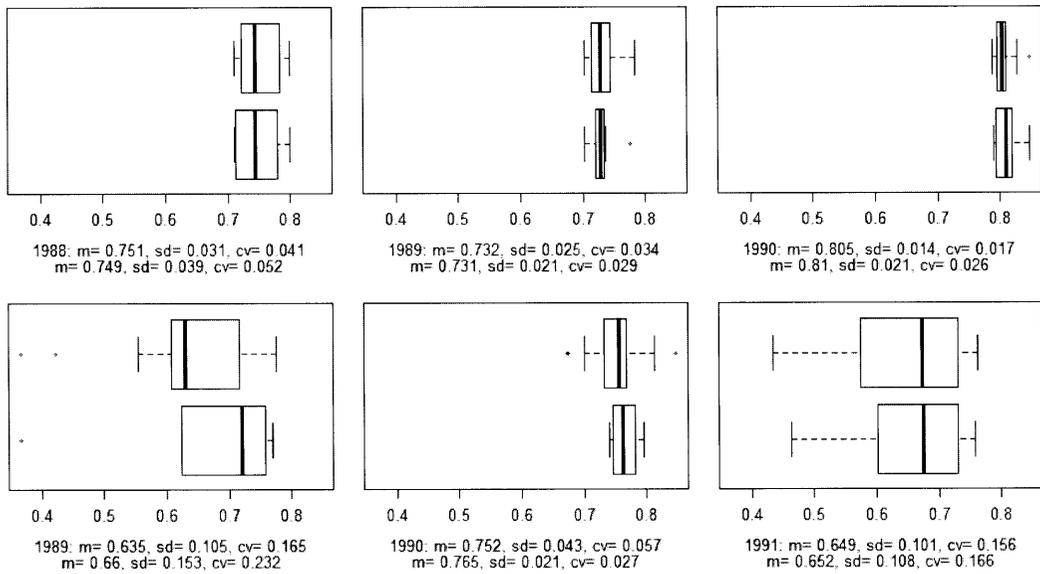


Figure 2 Correlations

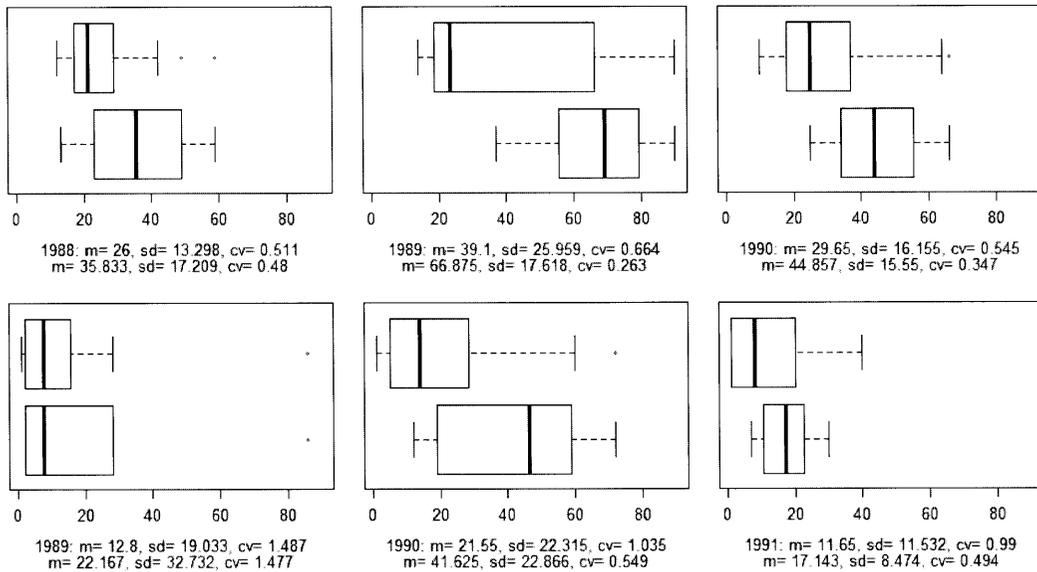


Figure 3 Frequencies

5. 分析結果

前章で見たとおり、どの比較項目についてもモデル作成期間より検証期間の方が悪化しているが、これは当然であり予想されたことである。ここでは、スクリーニングのペア数を100として分析した結果を示す。ここでは、ペアの集合を Table 13 のように4通りに分類して、それぞれのポートフォリオによるトレードのパフォーマンスを比較した。以下では、特別な資金管理は考えず、各月の資産はすべて翌

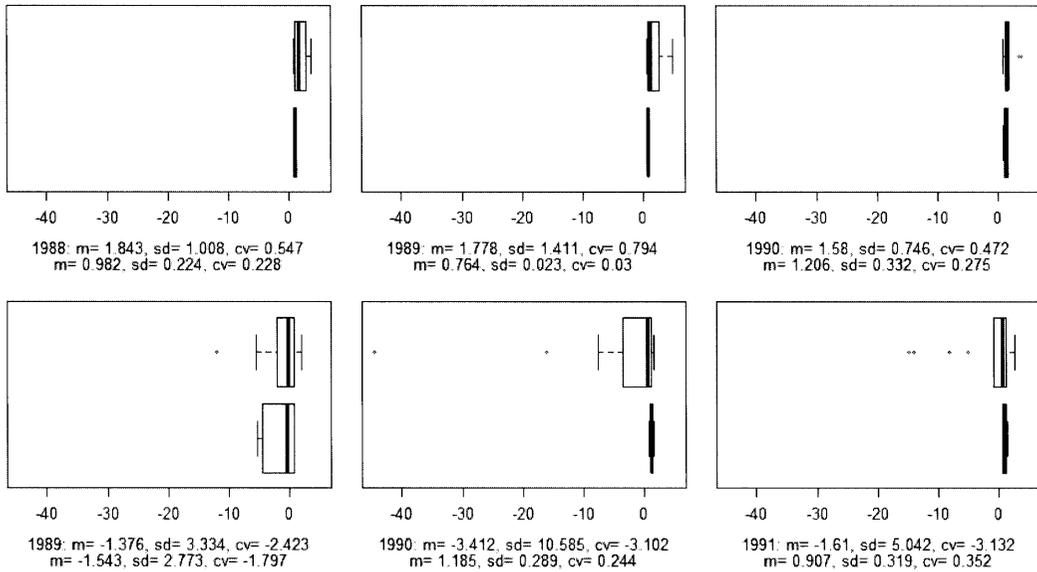


Figure 4 Average Returns (%)

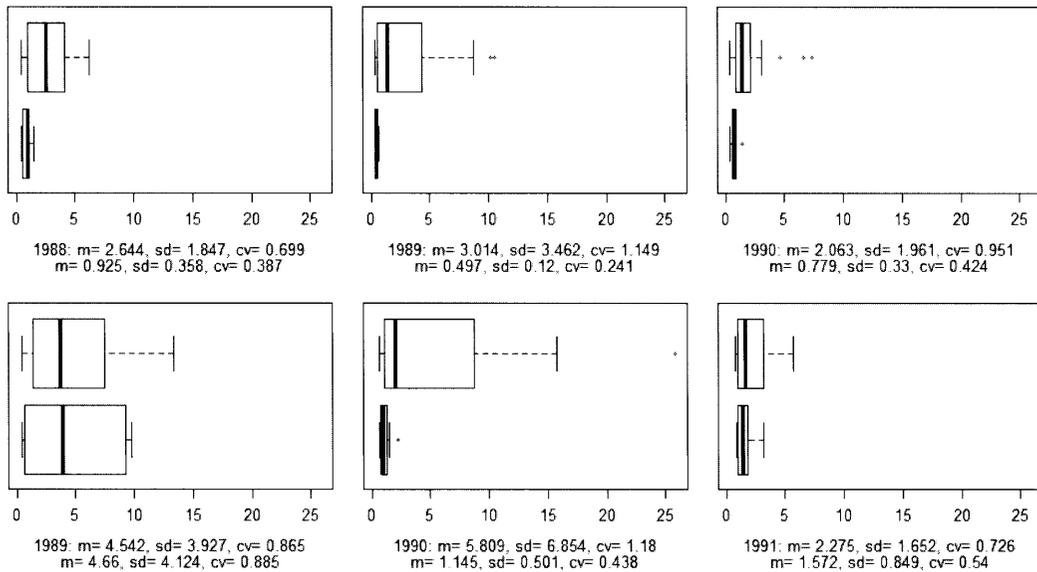


Figure 5 Standard Deviations (%)

月に再投資⁴⁸⁾するものとし、(1より大きい)レバレッジは掛けないものとする。

5-1. 基本的な結果

まず、各年の各ポートフォリオを構成するペアの数を Figure 8 に示す。ここでは、全ペアを互いに素な3グループに分類して示している。色の最も濃い部分がn, 最も薄い部分がc1で中間がc0 (c1に属さないc)である。グラフの下の数値は、それぞれのポートフォリオに対するペア数の平均値 (()内は標

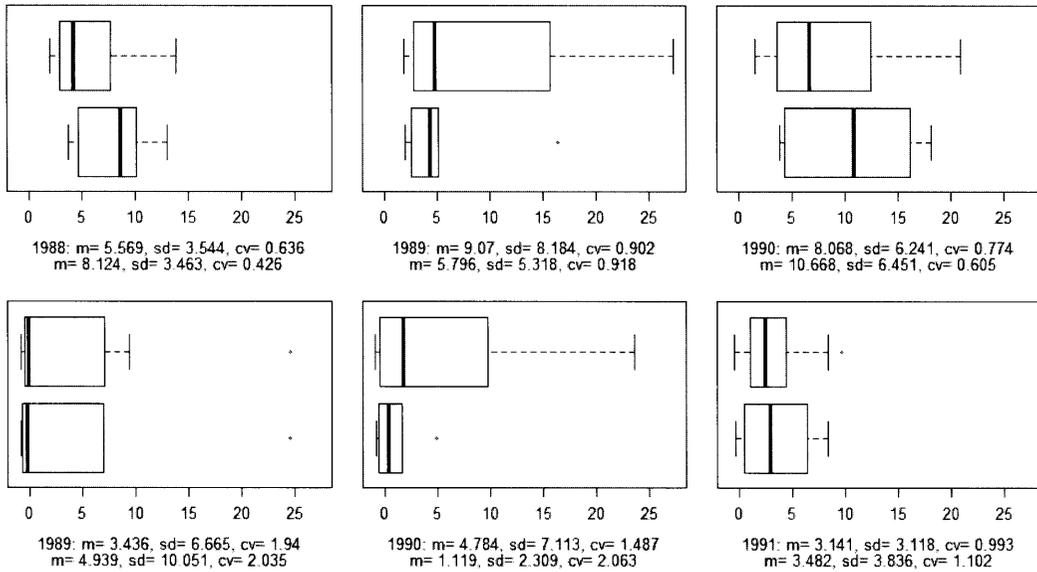


Figure 6 Sharpe Ratios (Annual)

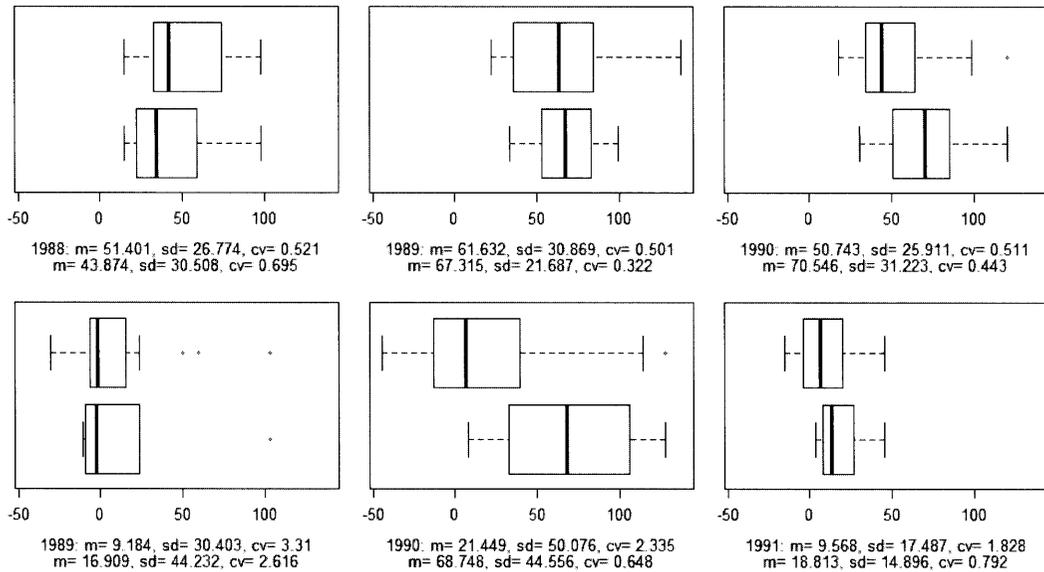


Figure 7 Annual Returns (%)

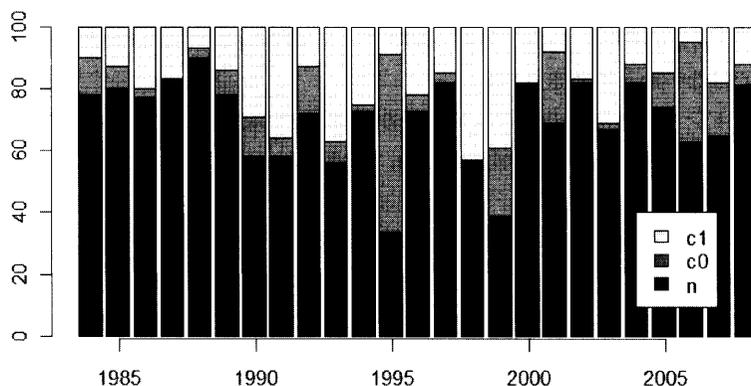
準偏差) を示している。年により各ポートフォリオの割合はかなり変動するが、顕著な傾向は見られない。平均値としては、n, c0, c1がそれぞれ70%, 11%, 19%程度となっている。有意水準が0.1であることを割り引いても、共相関係数にあると判定されるペアは意外に多いようである。

ここでは、各ペアへの投資比率は同じとし、それぞれの年初に各ペアに均等に資金を割り当て、ペア単位で独立に運用する場合を想定する。

Figure 9の上のグラフは、各ポートフォリオ (Table 13の4分類) のトレード頻度を年次別に示した

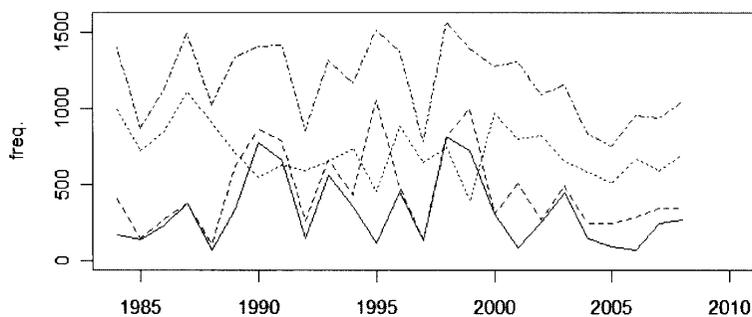
Table 13 Classification of Pairs

略号	意味
a	スクリーニングで得られたすべての 100 ペア
n	共和分検定 (有意水準 0.1) で共和分関係にあるとはいえないと判定されたペア
c	共和分検定 (有意水準 0.1) で共和分関係にあると判定されたペア
cl	cのうち共和分ベクトルの第2要素が負であり、ペアを構成する各銘柄の終値が単位根検定で1次の和分過程と判定されたペア

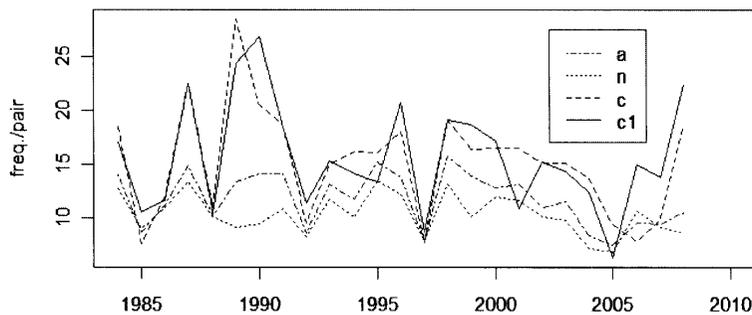


n=70.1(13.8), c0=10.5(12.6), c1=19.4(10.7)

Figure 8 Number of Pairs in Each Group



a=1177.4(248.8), n=715.9(171.9), c=461.4(267.9), c1=321.4(231)



a=11.8(2.5), n=10.3(1.9), c=15.2(5.1), c1=15.6(5.1)

Figure 9 Frequencies (Annual)

ものである。トレードはペア単位で行われるため、売買されたペアの数で示している。また、下のグラフは、1ペアあたりの年間トレード頻度の平均値である⁴⁹⁾。予想されるように、共和分関係にあるペアについてはトレード回数が多い。

また、Figure 10の上のグラフは、各ポートフォリオのトレード頻度を月次別に示したものである。こちらも、売買されたペアの数で件数を示している。また、下のグラフは、1ペア1年あたりの月間トレード頻度の平均値である。各年の12月には強制的にポジションを解消しているため頻度が多くなっている。逆に、各年の1月からポートフォリオの銘柄を変えて新たなトレードを開始するが、1月の頻度も高い。月が進むにつれてトレード機会が減少している傾向にある。これは、さらに分析を加えなければ結論は出せないが、月別の特長というよりも、前年データで作られた共和分モデルの有効性が時間とともに減じるためではないかと推測される。

Figure 11は、1トレードあたりのホールド期間の平均値(年次)を示している。共和分があると判定されたペアについては、トレード頻度が高いため、そうでないペアより平均的に短いホールド期間となっているが、差のばらつきは大きい。

Figure 12は、ホールド期間の1トレードあたりの平均値(月別)を示している。上のグラフが平均値、下のグラフが標準偏差である。各年の12月には強制的にポジションを解消しているため、期間が非常に長くなっている。また、月が進むにつれて期間が長くなる傾向にある。頻度の場合と同じように、これは、前年データで作られた共和分モデルの有効性が時間とともに減じるためではないかと推測される。

最後にトレードによるパフォーマンスを示す。Figure 13は、検証期間の開始月(1984年1月)の資産

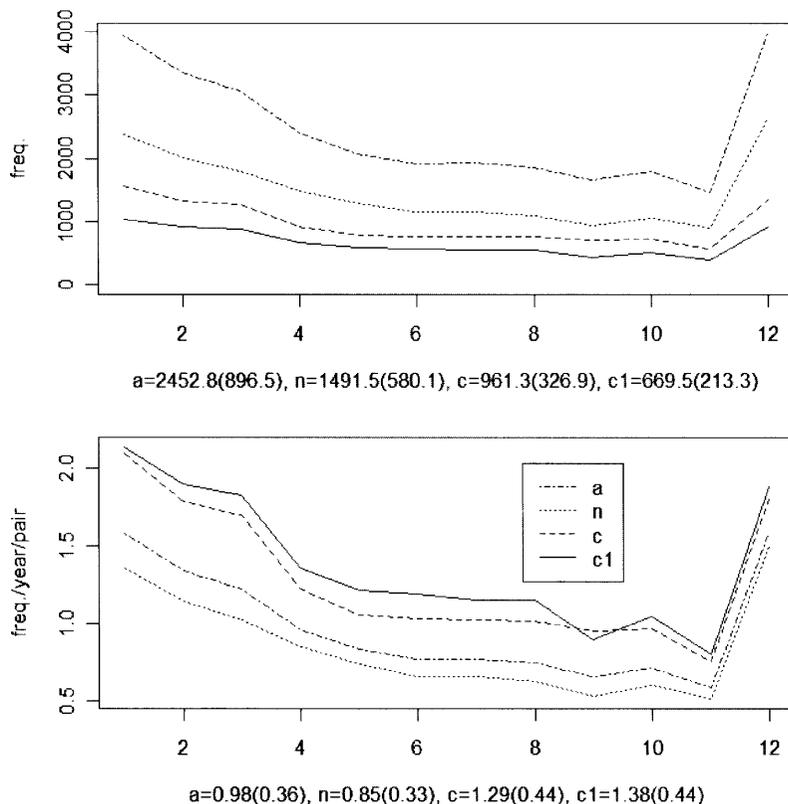


Figure 10 Frequencies (Monthly)

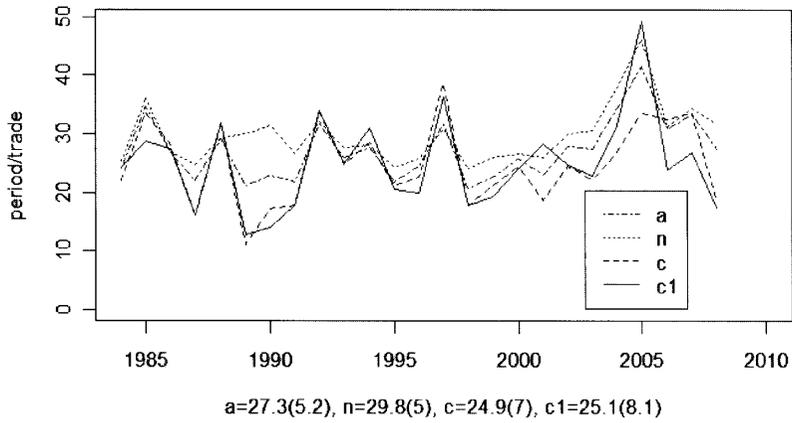


Figure 11 Holding Periods (Annual)

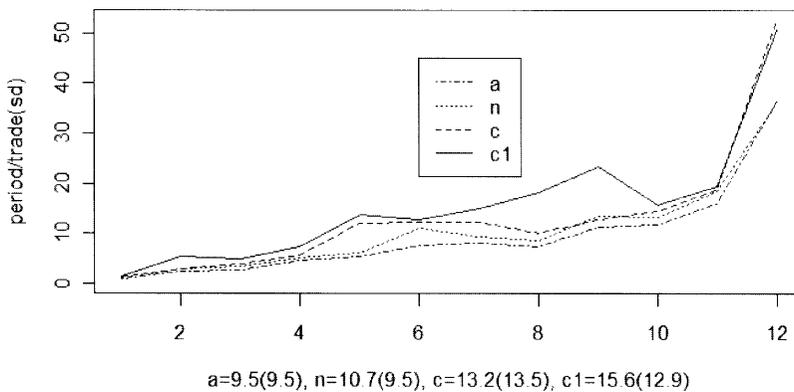
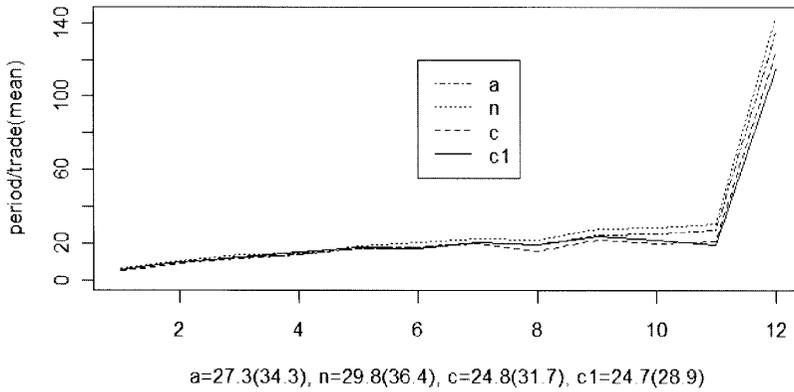


Figure 12 Holding Periods (Monthly)

を1とし、各ポートフォリオによるトレードを繰り返した時の資産の月次変化を示している（ただし、縦軸は自然対数目盛である）。また、比較のため TOPIX のデータも含めている⁵⁰。前述のように、ここでは各ペアへの投資比率は同じとし、それぞれの年初に各ペアに均等に資金を割り当て、ペア単位で独立に運用している。月ごとに各ペアに均等に資金を再割り当て（リバランス）する方式も考えられるが、独立に運用する方が概ね結果は良いようである。例えば、ペア単位で独立に運用した場合の最終的

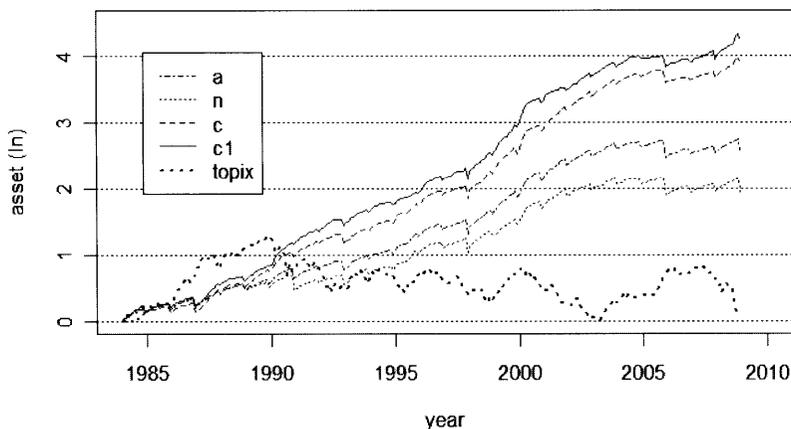


Figure 13 Assets

な資産 (対数) は、それぞれ、(a) 2.56, (n) 1.94, (c) 3.91, (c1) 4.25 であるのに対して、月ごとに再割り当てした場合は、それぞれ、(a) 2.20, (n) 1.63, (c) 3.46, (c1) 3.81 と、いずれのポートフォリオでも資産が小さくなっている。

前述のように、シミュレーションでは 12 月には強制的にポジションを解消している。グラフに周期的に表れている不連続性はその影響によるものである。終了時点でみると、高い方から c1, c, a, n という順序になっている。バブル景気の時期は TOPIX に及ばないが、バブル崩壊後も、増加を続けていることが分かる。対数値が 4 というのは、原系列で 54 を超える計算になる。仮に、TOPIX インデックスを 1984 年 1 月末に購入して、最高値を記録した 1989 年 12 月に売り、同時に全て空売りして、バブル崩壊後の最安値を記録した 2002 年 12 月で手仕舞いしたとしても 12.7 (対数で 2.54) 程度である。勿論、現実と乖離した仮定⁵¹⁾の下でシミュレーションを行っているため、結果を鵜呑みにはできない。しかし、特に c1 では、直線に近い安定した増加を示しており、統計的な裁定は東証 1 部銘柄に対してうまく機能する可能性が高いと考えられる。また、統計的な裁定は市場の非効率性を利用しようとするものであることから、裁定機会が続いているということは、この 20 年間で市場の効率性にはそれほど大きな変化がない⁵²⁾ ようにも思われる。

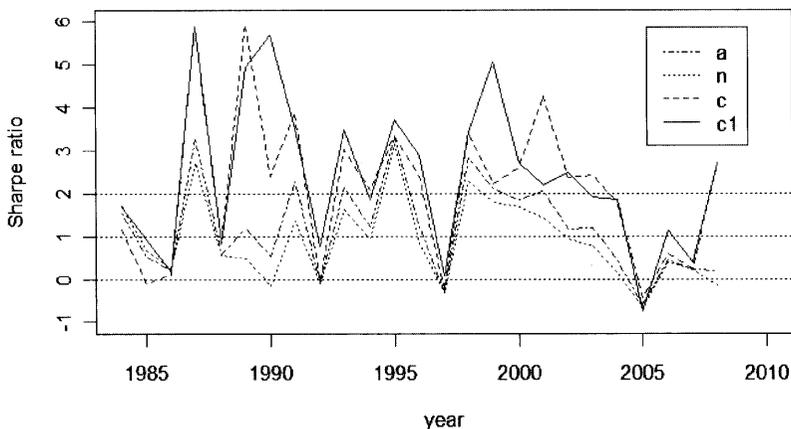


Figure 14 Sharpe Ratios

次に、トレードによるシャープ・レシオの年次変化を Figure 14 に示す。大きな変動があり、2005 年はすべてのポートフォリオで損失が出ているため、負の値となっている。シャープ・レシオは大きいほど良い⁵³⁾ので、概ね c1, c, a, n の順に成績は良いと言える。また、2000 年以降は c1 でも 3 を超えておらず、n についてはほぼ横ばいの状況である。この点からすると、裁定機会は下がっているのかも知れない。

5-2. その他の結果

ここでは、取引におけるロス、閾値の影響、ペアの投資比率に関して若干の考察を行う。

5-2-1. 取引におけるロス

取引における主要なロスは 2 種類考えられる。1 つは売買手数料等のトランザクションコスト、もう 1 つは株価変動による売買スプレッド (スリッページ) である。トランザクションコストはトレードの頻度と売買の金額に比例 (例えば、売買金額の 0.1%) すると考えられる。スリッページについては分からないことが多いが、Table 11 のような株価の比率でパフォーマンスが与えられる場合には、1 株価あたりのスリッページの割合を $\delta (>0)$ とすれば、1トレードあたりのパフォーマンスは、スリッページがない場合の $\frac{1-\delta}{1+\delta} = \frac{2}{1+\delta} - 1$ 倍になると見積もることができるであろう⁵⁴⁾。

Figure 15 は、c1 クラスに対するスリッページの割合 δ を 50 ベーシスポイント (0~0.5%) まで 0.1% 刻みで変更したときのパフォーマンスの変化を示している。上のグラフは資産の月次の変化 (縦軸は対

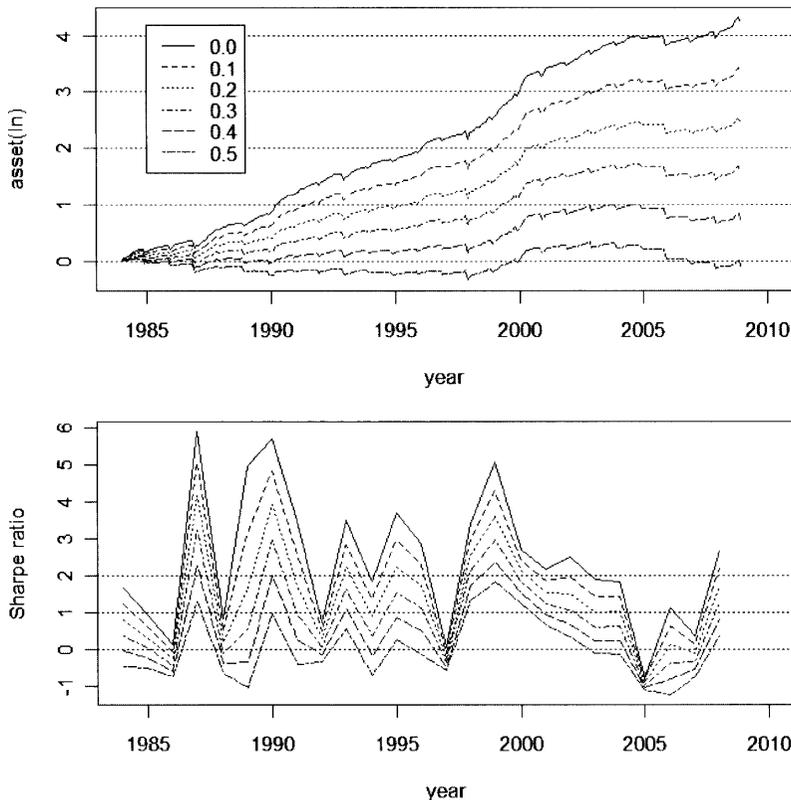


Figure 15 Impact of Slippage on Performance

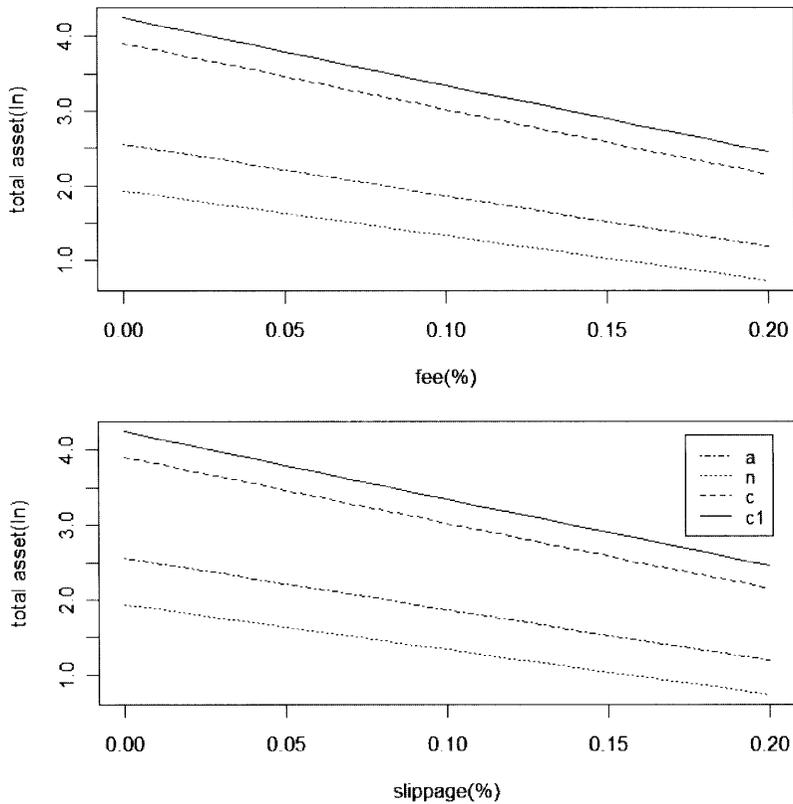


Figure 16 Fees, Slippages and Total Assets

数値), 下のグラフはシャープ・レシオの年次の変化である (これらは上の式に基づく概算値である)。

なお, 売買手数料率を売買金額の 0~0.5% まで 0.1% 刻みで変更したときのパフォーマンスの変化もスリッページの変化とほとんど同じである。これは, 1 トレードあたり 2 回 (エントリー時, エグジット時) の手数料がかかることと, δ が 0 に近い値のとき, $(1-\delta)^2 \approx 1-2\delta \approx \frac{2}{1+\delta} - 1$ であることによる。

Figure 16 は各ポートフォリオのクラスに対し, 手数料率とスリッページの割合を共に 0~0.002 まで 0.0001 刻みで変えて最終的な資産倍率を求めたものであるが, 例えば, c1 クラスについて, 売買手数料率 c ($0 \leq c \leq 0.002$) に関する資産 a の回帰式 (δ は 0) を求めると $\log a = 4.246 - 896.007c$ であり, スリッページの割合 δ ($0 \leq \delta \leq 0.002$) に関する資産の回帰式 (c は 0) は $\log a = 4.246 - 895.127\delta$ であり, 両者はほぼ等しい。この例では, 手数料率とスリッページの割合が 10 ベーシスポイントあたり, 最終的な資産は 4 割程度 ($e^{-0.9} \approx 0.407$) にも減少することが分かる。

5-2-2. 閾値の影響

次に, c1 クラスを例にとり, 閾値の影響を (手数料率 fee とスリッページの割合 slip を変えた) 3 通りのケースについて調べる。

fee=0.001, slip=0.001 のケース

まず, fee=0.001, slip=0.001 のケースを想定する。閾値係数を $d=0$ としたデフォルトでは, 25 年間の総資産 (対数) は約 2.46 であり, 25 年前の約 11.7 倍 (年間の利益率で約 10.3%) である。Figure 17 は

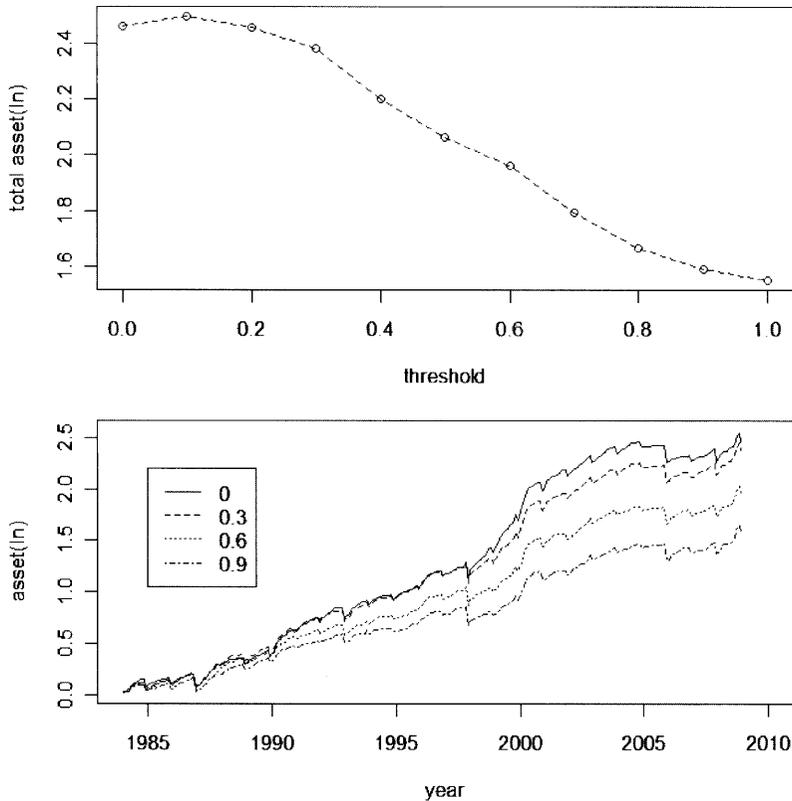


Figure 17 Thresholds and Assets (I)

d を 0 から 1 まで 0.1 刻みで変えた場合の総資産 (対数) のグラフ (上) と、 d を 0 から 0.9 まで 0.3 刻みで変えた場合の資産変化のグラフ (下) である。このケースでは、 $d=0.1$ の場合にパフォーマンスは最大となり、総資産 (対数) は約 2.49 であるが、 $d=0$ の場合と比較して改善の程度は非常に小さい。 d が 0.3 以上になると、徐々にパフォーマンスが悪化している。

fee=0.001; slip=0.003 のケース

$d=0$ としたデフォルトでは、25 年間の総資産 (対数) は約 0.74 であり、25 年前の 2 倍程度 (年間の利益率で約 3%) にしかならない。Figure 18 は d を 0 から 1 まで 0.1 刻みで変えた場合の総資産 (対数) のグラフ (上) と、 d を 0 から 0.9 まで 0.3 刻みで変えた場合の資産変化のグラフ (下) である。このケースでは、 $d=0.3$ の場合にパフォーマンスは最大となり、総資産 (対数) は約 1.54 と当初の約 4.67 倍 (年間の利益率で約 6.4%) と $d=0$ のときの 2 倍以上にパフォーマンスが改善されている。逆に、 d が 0.3 より下がるとパフォーマンスは急激に悪化する。

fee=0.002; slip=0.003 のケース

3 つの中では最も厳しいケースである。 $d=0$ としたデフォルトでは、25 年間の総資産 (対数) は約 -0.098 で、25 年前の水準の約 0.9 倍と低下している。Figure 19 は d を 0 から 1 まで 0.1 刻みで変えた場合の総資産 (対数) のグラフ (上) と、 d を 0 から 0.9 まで 0.3 刻みで変えた場合の資産変化のグラフ (下) である。このケースでは、 $d=0.6$ の場合にパフォーマンスは最大となり、総資産 (対数) は約 1.15 であり、改善の程度は非常に大きい。0.3 以上の d については、パフォーマンスの変化は少ない。

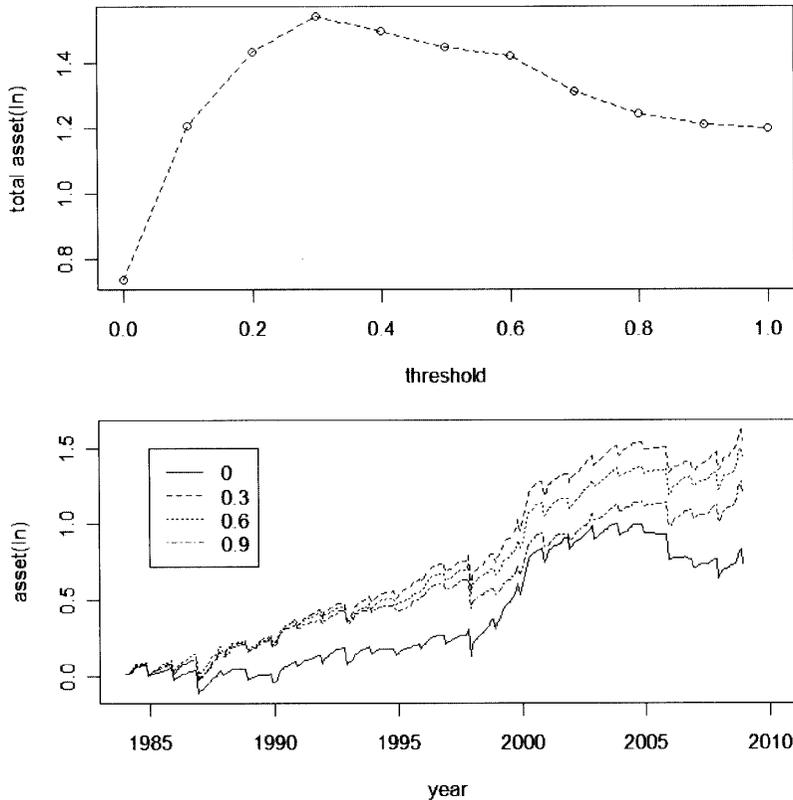


Figure 18 Thresholds and Assets (2)

以上の考察では、取引における売買手数料やスリッページのロスはトレードの頻度に依存すると想定しているため、当然ながら、ロスが大きいほど、最適な閾値も大きくなるはずである（大きい閾値の下では頻度は少ない）。なお、ロスが全くない場合（ $fee=0$; $slip=0$ ）だと、最適な閾値係数は0である。

5-2-3. 投資比率

最後に、ポートフォリオ選択の平均・分散モデルにより、ペアへの投資比率を決定する場合について述べる。例えば、1984年のモデリングにおける100ペアの月次の平均収益率と標準偏差はFigure 20のようになる。図の破線は、無危険資産を含まず空売りを認めない場合の効率的フロンティアを示している⁵⁵⁾。プログラムではシャープ・レシオが最大となるポートフォリオ（すなわち接点ポートフォリオ）を求めているが、この例では、分散最小ポートフォリオの位置（▲の印）と同じである⁵⁶⁾。

この例では、ポートフォリオの重みが0.1を超えるものは4ペアしかなく、それぞれ約0.362, 0.405, 0.118, 0.115で、合計するとほぼ1である。つまり100ペア中の数ペアだけでシャープ・レシオを最大化するポートフォリオを構成できる可能性がある。ちなみに、ポートフォリオを構成するペアの月次収益率は、(上記の順で)約8.46, 8.11, 7.31, 6.92であり、100ペア中で1, 2, 4, 5位である。また、各ペアは、いずれも他の3ペアの1つと正の相関、2つと負の相関を持っている。

教科書的な図とは形状が異なり、リスクが0に近い部分で効率的フロンティアが垂直線のようにになっているが、リスクの数值は微妙に異なっている（ただし数値的には不安定である）。上記のように高い収益率でバランスの良い相関関係を持つペアがいくつか存在すれば、期待収益率の広い範囲でリスクの小

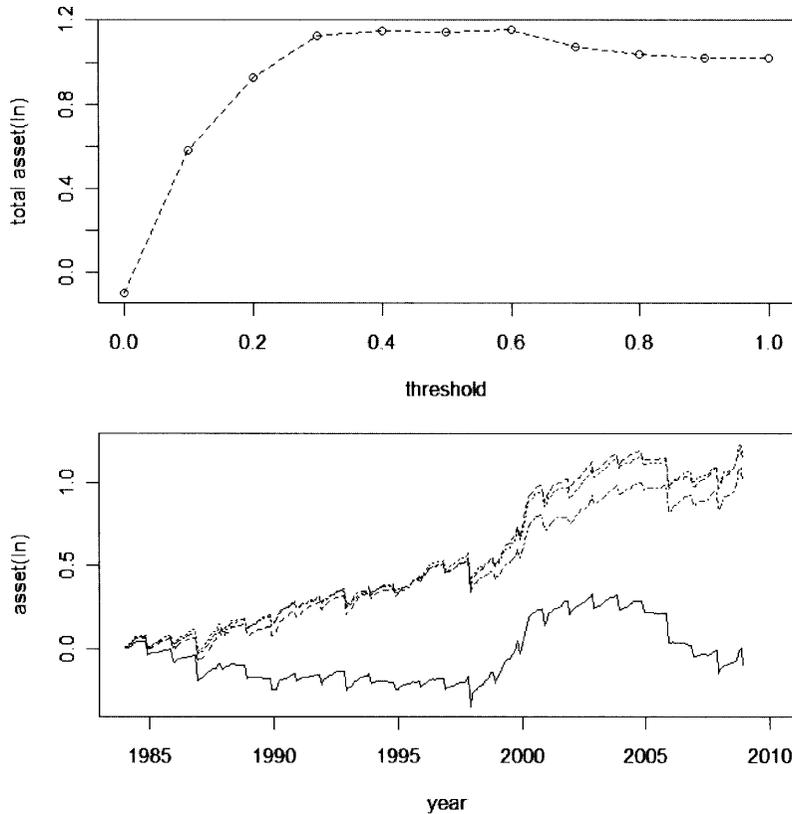


Figure 19 Thresholds and Assets (3)

さいポートフォリオが構成できるのではないかと推察される。

1ヵ月あたりの1ペアあたりのトレード数はそれほど多くない (Figure 10) ことや12月にポジションを解消することによる偏りなどの問題があるが、検証期間でのパフォーマンス向上が期待できる。以下では、c1クラスについて、モデル作成期間においてシャープ・レシオを最大にするポートフォリオの重みを求め、それを次年度の検証期間に適用した場合のパフォーマンスを4つのケースについて調べてみる。

fee=0; slip=0; d=0のケース

資産の月次変化とシャープ・レシオの年次変化は Figure 21 のとおりである。グラフの破線は (i) すべてのペアの投資比率が等しい場合を示し、実線は (ii) 平均・分散モデルにより (モデル作成期間で) 決定される投資比率を採用した場合を示している。ほとんどの期間で資産は (ii) が (i) を上回っており、シャープ・レシオも概ね (ii) の方が高い。ただし、業績が悪化している期間については、若干ながら順位が逆転するようである。

fee=0.001; slip=0.001; d=0.1のケース

資産の月次変化とシャープ・レシオの年次変化は Figure 22 のとおりである。資産については、検証期間中の10年間 (1989-98年) には、(i) すべてのペアの投資比率が等しい場合が (ii) 平均・分散モデルにより決定される投資比率を採用した場合を上回っているが、98年以降は (ii) が優位となり、差が拡大

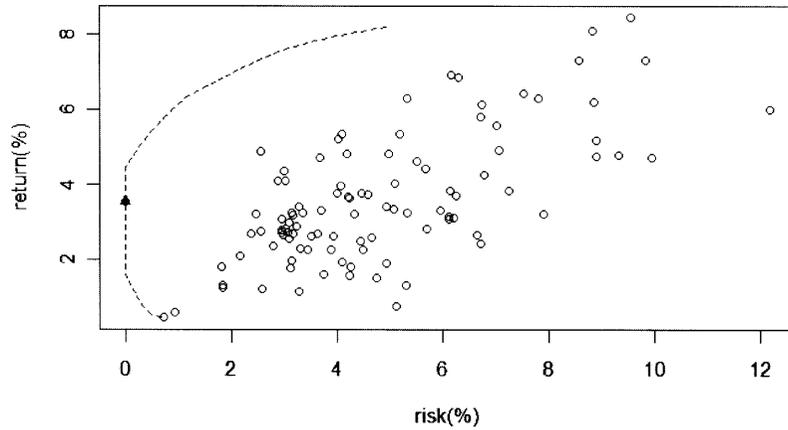


Figure 20 Risks and Returns (1984)

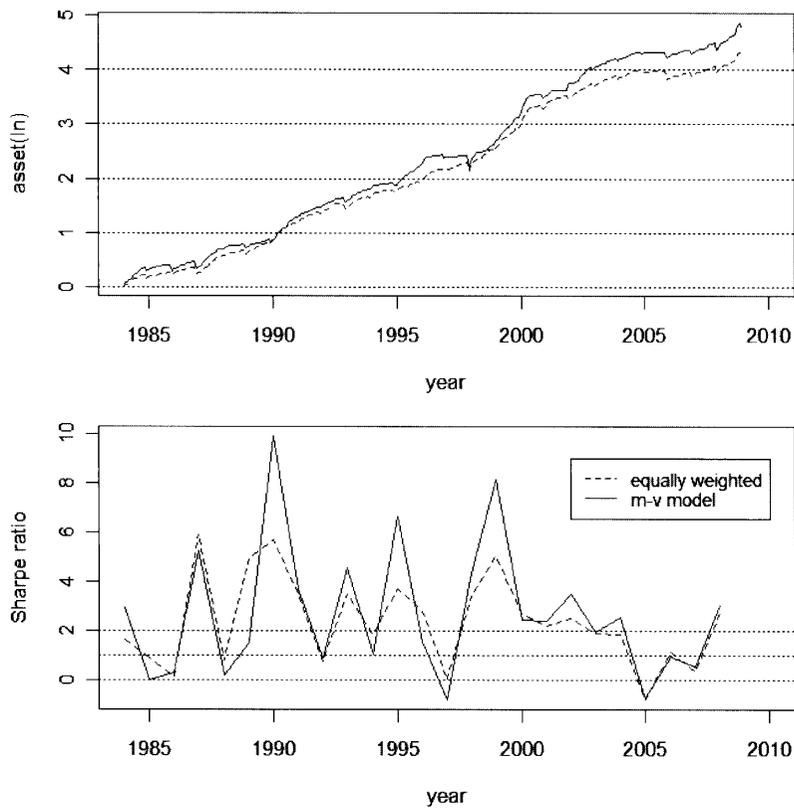


Figure 21 Investment Ratios and Performances (I)

している。シャープ・レシオについては、(ii)の方が(i)よりも変動が大きいようである。

資産変化はストック量の変化なので注意が必要である。年次の収益率で見ると、実は、1985年から1990年までの期間で(i)が(ii)を上回っている(それ以降では、94、96、03、06年)のだが、1984年に(ii)の収益率が高かったため、資産の逆転現象には時間遅れが伴っている。(ii)は、モデリング期間

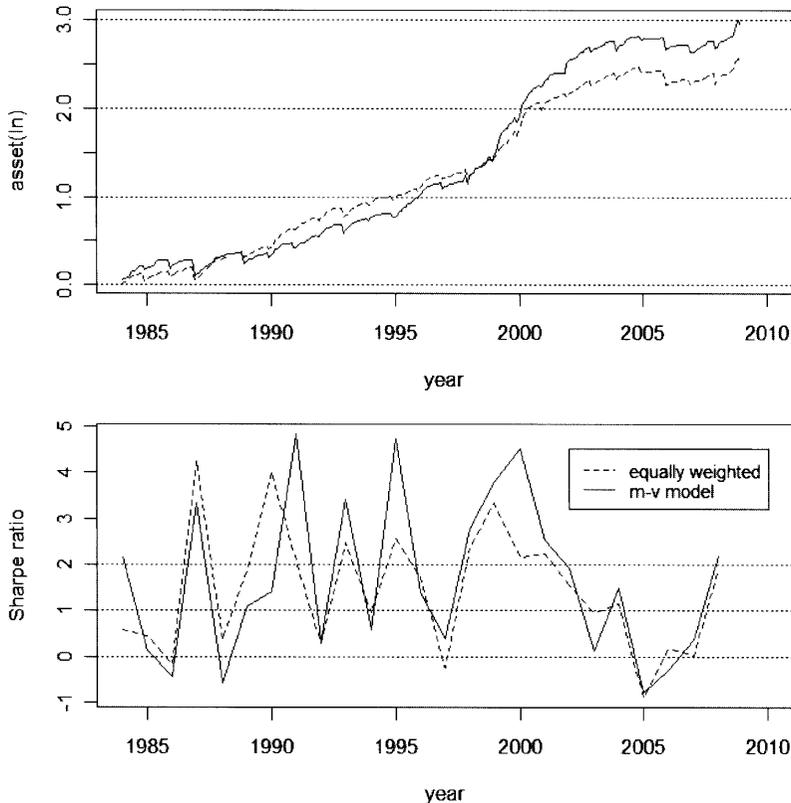


Figure 22 Investment Ratios and Performances (2)

におけるシャープ・レシオを最大化するポートフォリオなので、必ずしも (i) より収益性が高いとは限らない。また、(i) の場合について最適化された閾値係数を (ii) で用いていること、(ii) で選択されたペアの数は、最小が2 (84, 95, 06年)、最大が9 (91, 93, 99年)、メジアンが5とかなり少ないため、意図したほどの分散化が図られていないこともあり、シャープ・レシオについても (i) が (ii) を上回る期間が生じている。以下のケースでも同様である。なお、1985年からの連続した逆転現象については、バブル期に当たることでもあり、上記以外の原因があるようにも思われるが、現段階では良く分かっていない。

fee=0.001; slip=0.003; d=0.3のケース

資産の月次変化とシャープ・レシオの年次変化は Figure 23 のとおりである。資産については、2000年あたりまでは (i) と (ii) のパフォーマンスに大きな違いはないが、それ以降は (ii) が上回っている。シャープ・レシオについては、(ii) の方が (i) よりも変動が大きいようである。

fee=0.002; slip=0.003; d=0.6のケース

資産の月次変化とシャープ・レシオの年次変化は Figure 24 のとおりである。資産については、2000年あたりまでは (i) が (ii) のパフォーマンスを上回っており、それ以降は優位性が逆転するが、これまでのケースと比べるとその差は小さい。シャープ・レシオについても、2000年あたりまでは (i) が (ii) を上回っているが、それ以降の優位性は定かではない。

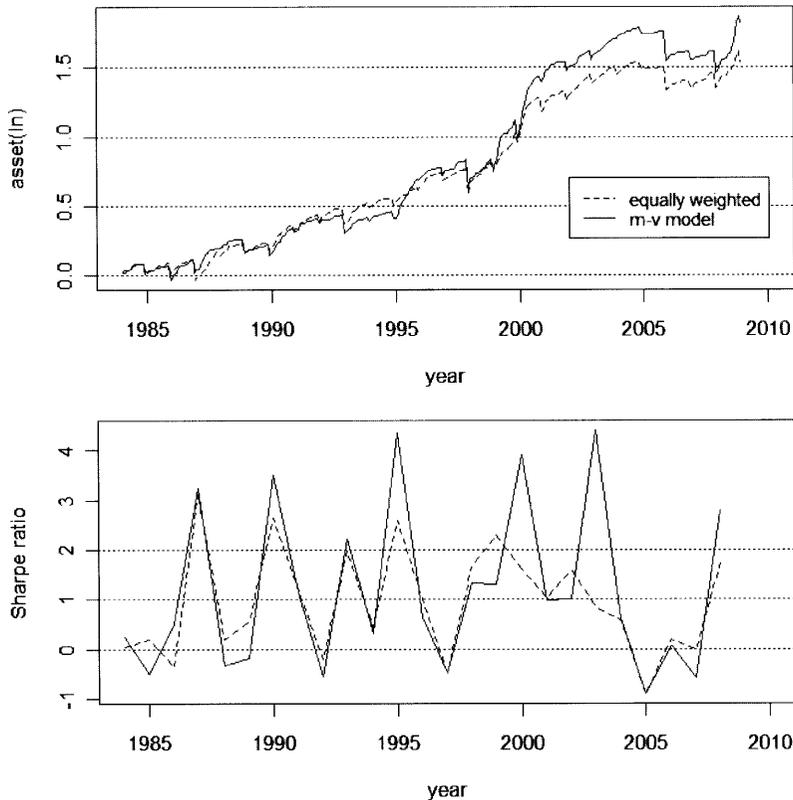


Figure 23 Investment Ratios and Performances (3)

6. まとめと今後の課題

本論文では、東証1部銘柄を対象として、ペア・トレードによる統計的裁定の基本的なパフォーマンスを、トレード・シミュレーションにより分析した。機関投資家にとっては常識的な分析だと思われるが、いくつかの点を指摘することができる。

- ポートフォリオを構成するペアは、やはり同業種のものが多いが、時期により変動し、特定の業種に偏ることもあれば、幅広く分布する場合もある。
- 収益率の相関による単純なペア構成によるトレードよりも、共和分関係が認められるペア構成によるトレードの方が概ねパフォーマンスがよい。しかし、シャープ・レシオの変動は大きく、単純なペア構成によるトレードで業績の悪化していく期間では、共和分関係が認められるペアのパフォーマンスもやはり悪い。
- 資産変化のグラフと TOPIX との対比から明らかなように、この統計的裁定のパフォーマンスは、意図したように、市場の株価変化とは相関が少ない。
- 手数料、スリッページがパフォーマンスに与える影響は非常に大きい。一般投資家がこのようなトレードをする場合だと、手数料については仕方ないが、スリッページをどこまで制御できるかが大きなポイントと考えられる。
- 手数料やスリッページ等ロス の程度に応じて最適な閾値はかなり変動するため、その設計の善し悪

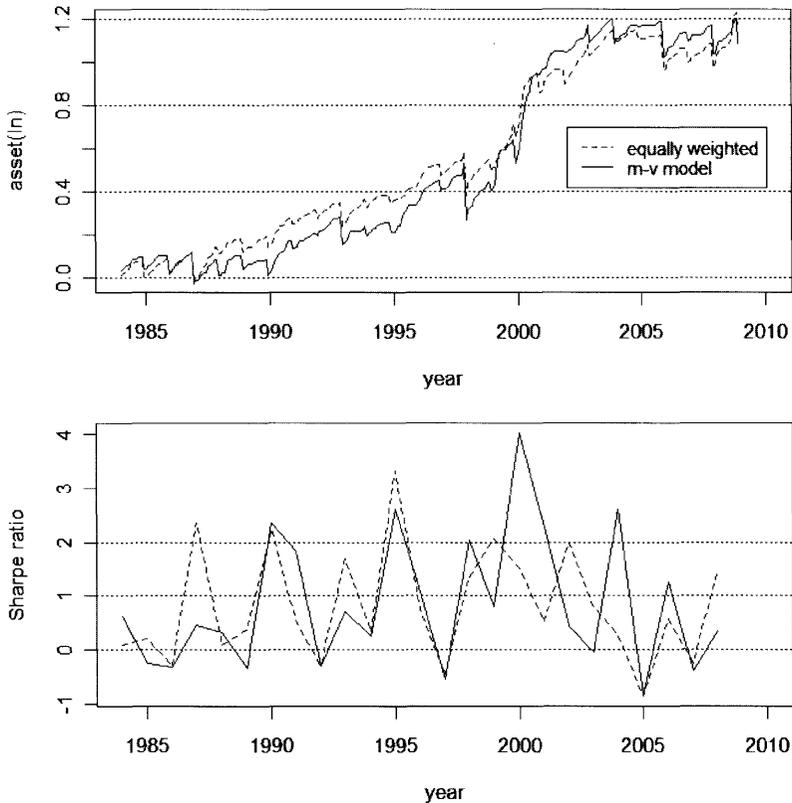


Figure 24 Investment Ratios and Performances (4)

しはパフォーマンスに大きな影響を与える。

- 平均・分散モデルによりペアへの投資比率を決定する方法は、ロスが少ないときほどよく機能する。今後の課題は多いが、使用するデータや分析方法に関連したいくつかの点を挙げる。
- 分析のタイム・スパンは結果に大きく影響する可能性がある。日中データを利用すればよりきめ細かい分析が可能であろう。例えば、裁定機会の変化については、この分析結果からははっきりしないが、微妙な変化を読み取ることが可能かもしれない。なお、市場の効率性や裁定機会の変化をより詳細に議論するには、構造変化を取り入れた分析も必要であろう。
- 本研究では検定結果の情報が必ずしも十分に活用されていない。例えば、パフォーマンスと検定結果の数値から要因分析を行えば、ポートフォリオを構成するペアの善し悪しを判定する何らかの基準が得られるかも知れない。
- モデル作成期間と検証期間を各年の1年間に限定して解析したが、各年の途中からでもランダムなリサンプリングを繰り返す方がよい。そうすれば、例えば、トレード頻度やホールド期間の月次効果の有無が確かめられるであろう。
- よりきめ細かいシミュレータの開発も今後の課題である。

謝辞

2名の差読者から頂いたコメントに感謝します。査読者A氏からは、本文の記述の誤りと図表のレイアウトなどについて指摘して頂きました。査読者B氏からは、本文と図のキャプションの誤り、より分かりやすい説明のためのアドバイス、そして2種類のポートフォリオのパフォーマンスの逆転現象に関する疑問点のご指摘など、非常に丁寧なコメントを頂戴しました。

参考文献

- [1] Diebold, F.X., *Empirical Modeling of Exchange Rate Dynamics*, Springer-Verlag, 1988.
- [2] Doldado, J., Jenkinson, T., and Sosvilla-Rivero, S., "Cointegration and Unit Roots", *Journal of Economic Surveys*, 4, 1990, pp. 249-273.
- [3] Enders, W., *Applied Economic Time Series*, Wiley, 2004.
- [4] Engle, R.F., and Granger, C.W.J., "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing", *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, 1987, pp. 251-276.
- [5] Engle, R.F., "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, 50, 1982, pp. 987-1008.
- [6] Fama, E.F., "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work", *Journal of Finance*, 1970, pp. 383-417.
- [7] Fama, E.F., "Efficient Capital Markets: II", *Journal of Finance*, 1991, pp. 1575-1617.
- [8] Johansen, S., and Juselius, K., "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration-with Applications to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 2, 1990, pp. 169-210.
- [9] Herlemont, D., "Pairs Trading, Convergence Trading, Cointegration", 2004. (URL) <http://www.yats.com/doc/cointegration-en.pdf>
- [10] Kahneman, D., and Tversky, A., "Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty", *Journal of Risk and Uncertainty*, 5, 1992.
- [11] Kelly, J.L., Jr., "A New Interpretation of Information Rate", *Bell System Technical Journal*, 35, 1956, pp. 917-926. (URL) <http://www.bjmath.com/bjmath/kelly/kelly.pdf>
- [12] Mantegna, R.N., and Stanley, H.E., *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press, 2000.
- [13] Pfaff, B., *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*, Springer, 2008.
- [14] Sewell, M., "Characterization of Financial Time Series". (URL) <http://finance.martinsewell.com/stylized-facts/characterization.pdf>
- [15] Yahoo! ファイナンス JAPAN. (URL) <http://quote.yahoo.co.jp/>
- [16] 井手正介, 『株式投資入門』, 日本経済新聞出版社, 2008年.
- [17] 伊藤幹夫, 「効率的市場仮説をめぐる論争はなぜ決着しないのか」, 『三田学会雑誌』, 100, 3, 2007年, 793-813ページ.
- [18] 河本雄, 泉川直毅, 松井雄史, 宮崎由佳, 『国内外で存在感を高めるヘッジ・ファンドの実態調査報告書』, 経済産業省経済産業政策局調査課, 2008年. (URL) <http://www.meti.go.jp/committee/summary/0004464/g80422a02j.pdf>
- [19] 北村慶, 『投資ファンドとは何か』, PHP, 2006年.
- [20] 月本洋, 『実践データマイニング』, オーム社, 1999年.
- [21] ハミルトン, 『時系列解析(下)』, シーエーピー出版, 2006年.
- [22] ビディヤマーヒー, 『実践的ペアトレーディングの理論』, パンローリング, 2006年.
- [23] 枇々木規雄, 『金融工学と最適化』, 朝倉書店, 2001年.
- [24] ビンス, 『投資家のためのマネーマネジメント』, パンローリング, 2007年.
- [25] マルキール, 『ウォール街のランダム・ウォーカー(原著第9版)』, 日本経済新聞社, 2007年.
- [26] マンテーニャ, スタンレー, 『経済物理学入門』, エコノミスト社, 2000年.
- [27] マンデルブロ, ハドソン, 『禁断の市場』, 東洋経済新報社, 2008年.
- [28] 森田佳佑, 『自動売買ロボット作成マニュアル』, パンローリング, 2006年.

- [29] リビングスレイ, 『アービトラージ入門』, 日経BP社, 2007年.
- [30] ローウェンスタイン, 『最強ヘッジファンド LTCM の興亡』, 日経, 2005年.
- [31] 渡部敏明, 『ボラティリティ変動モデル』, 朝倉書店, 2000年.

付録1: 銘柄の分類

Table 14 銘柄分類

略号	分類	数	略号	分類	数	略号	分類	数
水	水産・農林	5	非	非鉄金属	25	倉	倉庫・運輸	19
鋳	鋳業	6	金	金属	37	情	情報・通信	99
建	建設	100	機	機械	124	商	商業 ⁶⁷⁾	278
食	食品	68	電	電気機器	158	融	金融 ⁶⁸⁾	137
織	繊維	45	輸	輸送用機器	62	不	不動産	47
パ	パルプ・紙	12	精	精密機器	24	サ	サービス	96
化	化学・医薬品	153	製	その他製品	47	優	優先出資証券 ⁶⁹⁾	1
石	石油・石炭	11	エ	電力・ガス	17	監	監理銘柄	4
ゴ	ゴム	11	陸	陸運	35	整	整理銘柄	2
窯	窯業	30	海	海運	10			
鉄	鉄鋼	35	空	空運	4			

付録2: 20 ペアのトレード・シミュレーションにおける収益率

これは本文の Figure 4 の横軸の下限を -10% とした部分図である。

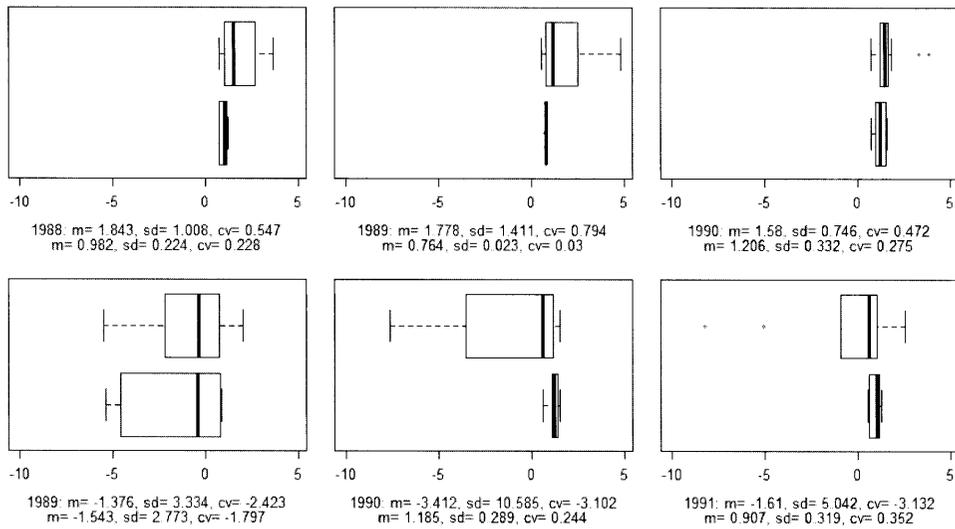


Figure 25 Average Returns (%)

注

- 1) 本論文は, 2008 年度専修大学長期国内研究での成果公開の1つである.
- 2) 「ウォール街のランダム・ウォーカー」の第9版(7章)では, マルキールは, 「ランダム・ウォーク主義者」と

- プロの投資家（「ファンダメンタル主義者」）の中間的な立場をとりたいという記述があるが、一連の版での基調は「ランダム・ウォーク主義者」のそれに近いと考えられる。
- 3) 「個々の証券の投資価値を算定し、それに基づいて割安株、割高株を選別することで大きな利益があげられる」（井手 [2008, 9章]）とする。
 - 4) 伝統的なテクニカル分析が典型的だが、理論的なモデルとしては、例えば、ボラティリティ変動モデル (Engle [1982])、行動ファイナンス (Kahneman 他 [1992])、経済物理学のモデル (Mantegna [2000])、フラクタルやカオスによるモデル (マンデルブロ他 [2008])、ニューラルネットやデータマイニング手法によるもの (月本 [1999]) など多様なモデルが存在する。
 - 5) 非常に一貫性があり、真実として受け入れられる経験的な知見 (Sewell)。
 - 6) マーケットニュートラル (市場中立) 戦略と呼ばれる。
 - 7) 破綻した LTCM (ローウェンスタイン [2005]) は債券アービトラージを駆使したといわれる。
 - 8) 現物株を持ちながら、同じ銘柄を空売りする。
 - 9) 用語は必ずしも統一されていないようで、ペア・トレードによる統計的裁定はコンバージェンス戦略と呼ばれることもある。
 - 10) ある閾値 (上下限) を想定して、株価が平均値を閾値 (下限) より下回る時点で買い、平均値を閾値 (上限) より上回る時点で売るといった手法もあり得る。
 - 11) 時系列の自己相関が小さければ、平均値を中心に上下する頻度 (ゼロ・クロス率) は多くなる。自己相関がそれほど小さくなくても、定常である限りは平均値からの乖離はいずれは正される (平均への回帰) と期待できる。
 - 12) 約定における売買スプレッドやスリッページとは異なる。
 - 13) 要素が単位根を持つ非定常過程であるベクトル時系列について、要素の線形結合が定常となるとき、要素は共和分関係にあると言われる。例えば、(ハミルトン [2006, 19章] や Enders [2004, 6章]) を参照。
 - 14) 主にウェブ上 (Yahoo! ファイナンス JAPAN の時系列データなど) から収集した。
 - 15) 収益率を計算する簡便法として株価の対数差分 (連続複利収益率) を用いることもあるが、ここでは誤差が大きいため月次収益率は終値の原系列により計算している。また、年次ボラティリティは、単純に月次収益率から計算している。なお、終値と収益率の開始月を合わせるため、1960年12月の終値データは除いている。
 - 16) 2008年9月期も約13%の下落を示している。ちなみに、1987年10月 (ブラックマンデー) における下落率は約12.6%であり、当該データ期間ではワースト8位である。
 - 17) () 内は、正規性を仮定した標準誤差であり、標本平均の標準誤差については、自己相関がないと仮定した場合である (いずれも参考値)。
 - 18) 期間を長く取るとか日次の収益率や海外の指標 (S&P500 など) での収益率を用いた場合だと、尖度は3よりずっと大きくなるケースが多い。
 - 19) 期間を長く取るとか日次の収益率や海外の指標 (S&P500 など) での収益率を用いた場合だと、系列相関が観測されることがある。
 - 20) 株式分割の影響を排除するため権利落ち日以前の終値を分割比率で除した値。
 - 21) テンプスタッフ (株式コード 2476) は、2008年9月25日にテンプホールディングス (株式コード 2181) に完全子会社化されたため除いている。逆に、2009年7月1日以降に監理・整理ポストに指定された銘柄は含まれているが、2009年のデータは使用していない。
 - 22) 1989年1月28日までは、取引所は土曜日にも営業されていたが、その日数も含まれている。
 - 23) 東証1部銘柄の1983年のデータは、翌年の銘柄選定やモデルの作成だけに使っており、トレードのシミュレーション期間は1984年以降なので、ベンチマークのデータは1984年から2008年の25年間とした。
 - 24) 計算には R (version 2.9.0) を使用した。
 - 25) 本文で述べたとおり、 $t-1$ 年初の時点で上場していない銘柄は候補から外している。
 - 26) Rによる共和分解析については、Pfaff [2008] を参照。
 - 27) 当然ながら、相関係数 (行列) を求めるのにも銘柄数の2乗に比例した計算を要するが、全ペアの共和分解析に要する時間と比べれば負荷は少ない。
 - 28) 31業種の分類を用いた (詳しくは付録1を参照)。表での略号の意味は以下の通りである：鉄=鉄鋼、電=電気、融=金融、建=建設、機=機械、エ=エネルギー (電力・ガス)、輸=輸送用機器。
 - 29) 当然ながら、もし重複がなければ、銘柄数は40 (ペア総数の2倍) である。
 - 30) Doldado 他 [1990]、Enders [2004, 4章] を参照。

- 31) t は時刻, x_t は終値の原系列, Δx_t は x_t の差分系列, ε_t はホワイトノイズ, p は差分の最大ラグ, a, b, c, d_i は他のパラメータである。
- 32) ラグの選択は, 15 までのラグを想定した AIC 基準による。
- 33) Johansen 他 [1990], Enders [2004, 6 章] を参照。計算は, R のパッケージ `urca` (version 1.2-2) による。なお, 銘柄に重複が多いことから, 3 つ以上の銘柄について共和分関係を調べることも考えられるが, 簡単化のため以下では 2 銘柄の検定のみを行った。
- 34) Δx_t はペアの終値の差分を示すベクトルである (ペア・トレードなのでベクトルはすべて 2 次元である)。 \mathbf{a} は調整係数ベクトル, \mathbf{b} は共和分ベクトル (第 1 要素を 1 に基準化) であり, \mathbf{b}' は \mathbf{b} の転置を示す。 ε_t はホワイトノイズベクトル (要素間の相関は許容される), p は差分の最大次数, \mathbf{D}_t は差分にかかる 2 行 2 列の係数行列である。
- 35) 原系列のベクトル自己回帰モデル (VAR model) において, 最高次数を 15 として AIC 基準により選択された次数を用いた。
- 36) Pfaff [2008, 2, 4 章] を参照。計算は, R のパッケージ `vars` (version 1.4-5) による。
- 37) ただし, 第 2 要素が正であっても, 誤差修正項が定常でないとは必ずしも言えない。
- 38) 誤差修正項の値は表に示していない。
- 39) 分析では $d=0$ のケースをデフォルトとし, 特に言及しない場合は, これを仮定する。なお, 収益率の分布が非対称なことから, 平均に対して閾値の上下限を非対象に設定する方がよりパフォーマンスが高まる可能性がある。
- 40) ここでの“単位”は, 1 単位が 1 株という意味ではなく, 単に $1:|b|$ という比率を意味している。現実には単元株単位の取引となるため, この比率を正確に維持できないことがあり得る。
- 41) 比較のため, 共和分関係にないものや $b>0$ であるものも含め, スクリーニングで得られたすべてのペアについてシミュレーションを行う。
- 42) これらから, 最初のエントリーまでの期間と最後のエグジット以外は, いわゆるドテンの売買となる。
- 43) 説明の都合上, トレード頻度の少ないものを選んだ。
- 44) ここまでの表には掲載していない。また, ここでは閾値係数は $d=0$ なので, 平均値がそのまま閾値の上下限である。
- 45) ここでは, 年次収益率 (資産倍率から 1 引いた値) を年次のボラティリティで除した値を指す。通常は, ポートフォリオの超過リターン (収益率から無リスク証券の収益率を差し引いた値) を分子に用いるが, ここでは無リスク証券の収益率は無視している。また, 年次のボラティリティは, 1 トレードあたりの収益率の標準偏差とトレード頻度の正の平方根との積でラフに見積もっている。
- 46) トレース検定と最大固有値検定のいずれかで有意水準 0.1 以下で共和分関係にあると判定されたペアをここでは共和分ペアと呼んでいる。
- 47) ペアは年ごとに変わるため, 例えば, モデル作成期間の 1989 年のグラフ (左下) と検証期間の 1989 年のグラフ (中央上) では, ポートフォリオを構成する銘柄が異なる。
- 48) 仮に利益の期待値が正であっても, トレードを繰り返す場合, 全額投資するのが最良とは限らない。例えば, Kelly [1956], ペンズ [2007] を参照。
- 49) 全くトレードしないペアの可能性を排除していない。
- 50) 例えば, TOPIX に連動したインデックス・ファンドを 1984 年 1 月末に購入し, 持ち続けた時の (名目の) 資産価値に相当する。
- 51) 例えば, インカムゲイン (配当収入等)・手数料・売買スプレッド (スリッページ) 等を考慮していないこと, すべての銘柄で空売りが可能であると仮定していること, プライスターカーを仮定し, マーケット・インパクト (売買による株価の変化) は無い, 信用リスクなどは考慮せず, 流動性は十分高いとみなしていることなどである。
- 52) もし, 80 年代に市場が十分に効率的でなかったとすれば, 現在も同じ状況にある。
- 53) 値が 1 以下は不適, 2 を超えれば良, 3 以上であれば優良なパフォーマンスであると言われることもある (北村 [2006])。
- 54) 成行き発注すると, 1 ティック分程度 (流動性が悪いとそれ以上) 不利になるともいわれる。実際のトレード・システムでは, スリッページをティックによって定義することが多いようである (例えば森田 [2006])。
- 55) 枇々木 [2001, 3, 4 章] を参照。計算は, R のパッケージ `kernlab` (version 0.9-8) による。
- 56) 無危険資産を含まない場合は, 最小分散ポートフォリオと接点ポートフォリオがほぼ一致すると通常考えら

れるが、2次計画問題を解く際の数値誤差や収益率の刻み幅などの影響で、計算上異なる場合がある。

- 57) 卸・小売.
- 58) 銀行・証券・保険・その他金融.
- 59) 信金中央金庫の1銘柄.