

# シヨケ積分によるファジィ論理関数 － 否定や排中律との関係 －

高萩栄一郎

専修大学商学部

## 1 はじめに

ファジィ論理やファジィ論理関数では、ある変数の真理値をファジィ値  $- [0, 1]$  の値  $-$  で表す。2値論理や3値論理をファジィ値に拡張することにより、いろいろ、よくわからないことが生じてくる。0.8で真であることは、0.2で偽であるのか、0.2でわからないなどそれ以外の値なのか（否定の意味）、排中律をどう扱うのかなどいろいろある。このような問題は、中島 [5] で指摘されているように、哲学など様々な分野で検討されている。本稿では、著者の認識を整理したうえで、シヨケ積分による演算を提案したい。

## 2 連鎖律の逆理と排中律

### 2.1 連鎖式の逆理とは

連鎖式の一般的な定義 (中島 [5]) を示す。

$P_1$ :  $x_0$  は性質  $S$  をもつ (性質  $S$  をもつ  $x$  が存在する)。

$P_2$ : もし  $x$  は性質  $S$  をもち、 $y$  が  $x$  と見分けがつかないくらい似ていれば、 $y$  も性質  $S$  を持つ。

よって、

$C$ : 任意の  $y$  は性質  $S$  を持つ (しかし、実際には、ある  $y_0$  は、性質  $S$  を持たない)

たとえば、麦の山の問題

(1) 1万粒の麦は山をなす

(2)  $n$  粒の麦が山をなせば,  $n - 1$  粒の麦も山をなす

よって

(3) 1 粒の麦も山をなす

がある. そのほかにも, 禿であるかどうかの問題, 背が低いかどうかの問題などがある.

変数の値が 0 と 1 の 2 値のような離散的な場合, このような連鎖律の逆理が発生する.

## 2.2 排中律と二価原理

中島 [5] によると, 排中律と二価原理の関係を次のように示している.

- 排中律は, 「 $(p$  または  $\neg p)$  が真である」 「 $(T(p \vee \neg p))$ 」 を主張
- 二価原理 (the Principle of Bivalence): 任意の言明 ( $p$ ) は真か偽である ( $Tp \vee Fp$ ).
- $T$ -演算子が分配的であるか,  $Tp \equiv p$  (タルスキの等式) が成り立つならば, 二価原理は排中律から導かれる.

$T$ -演算子が分配的である場合

$$\begin{aligned}
 & T(p \vee \neg p) \\
 & \text{分配的であることを認めると} \\
 & = Tp \vee T\neg p \\
 & Fp = T\neg p \text{ と定義すれば} \\
 & = Tp \vee Fp
 \end{aligned}$$

ファジィ値をとるときは, この「分配的であること」は認められない. 『「暖かいもしくは暖かくない」が真』と『「(完全に) 暖かい」が真もしくは「(完全に) 暖かくない」が真』は異なる. 『「暖かいもしくは暖かくない」が真』で, 中間の状態, 「まあ暖かい」という状態は, 「暖かいもしくは暖かくない」に含まれ, これに当てはまり, 真となると考えられる. しかし, 「まあ暖かい」という状態は, 「(完全に) 暖かい」もしくは, 「(完全に) 暖かくない」という状態のどちらかには当てはまらない.

タルスキの等式を認めた場合

$$\begin{aligned}
 & T(p \vee \neg p) \\
 & \text{タルスキの等式 } Tp \equiv p \text{ その逆の等式 } Fp \equiv \neg p \text{ を認めると} \\
 & =T(Tp \vee Fp) \\
 & \text{タルスキの等式を適用} \\
 & =Tp \vee Fp
 \end{aligned}$$

ファジィは、この二価原理を認めないものである。

### 3 否定と中間の値の意味

0と1、それらの中間の値 0.5 の意味を考えてみる。1は、その変数が意味するところが成立していることと考える。

#### 3.1 否定の意味（逆の意味）

「天気がよければテニスに行く」というルールと天気が0.7でよいから、「0.7でテニスに行く」ということが導き出される。これは、「0.3でテニスに行かない」を意味するのだろうか？ ある変数  $x$  が真でないことが、変数  $x$  の否定の肯定、または  $x$  の逆の意味の肯定を示しているだろうか？

そこで、0の2つの意味を考える。

- (N1) 変数  $x$  の否定（逆の意味）が成立していること。  $x = 1$  が背が高いことを意味しているれば、  $x = 0$  は背が低いことを意味しているとする。
- (N2)  $x$  の肯定が成立していることが言えないこと。この場合、逆が成立していることや不明であることなどが含まれる。  $x = 1$  が背が高いことを意味しているれば、  $x = 0$  は背が高いことを意味ししないとする（高いことが言えないだけで、不明、低いなどを表す）。

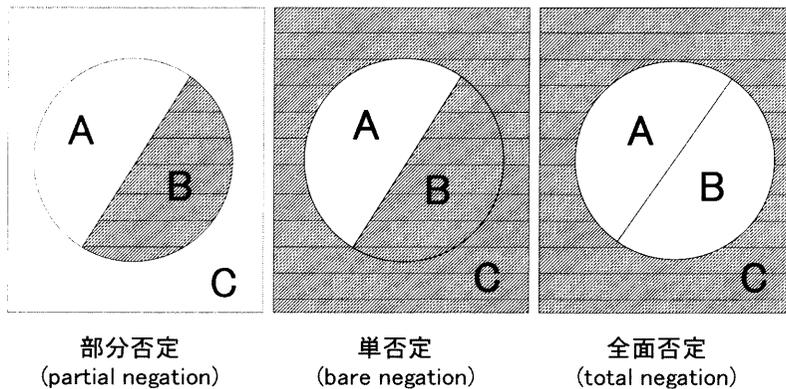


図 1: Chandler の否定のベン図, A の否定

### 3.2 中間の値の意味

0.5 の意味も 2 つある。

(N3) 0 と 1 の中間の状態を表す。

(N1) と併用すると, 0.5 で背が高く, 0.5 で背が低いことを意味する。また, 0.5 で天気がよいならば, 0.5 でテニスに行き, 0.5 でテニスに行かないことを意味する。

(N2) と併用すると, 0.5 で背が高いことを意味し, 0.5 で背が低いことは必ずしも意味しない。

(N4) 向殿 [1] が言うように, 不明, 矛盾を意味する。(N1) と併用すれば, 0.5 で天気がよいことは, 天気が不明であり, また, テニスに行くかどうかは不明であることを意味する。

(N2) との関係で, (N2) では, 0 に不明, 矛盾を含むため, 併用できない。

(N1) と (N2) の否定の意味は, さまざまな (ファジィ以外の) 分野で研究されている。

インド人の論理学 [6] では, 相対否定 (バリウダーサ) と絶対否定 (プラサジュヤ・プラティシェーダ) がある。相対否定は, 排中律を前提とし, 「ここには, バラモンでない人がいる」は, バラモン人以外の人 の存在を意図しおり, A の否定が非 A の肯定を含意しているものがある。絶対否定は, 排中律を前提とせず, 「ここには, バラモン人がいない」では, バラモン人の存在が否定されるだけであり, A の否定が非 A の肯定を含意しない。(N1) の 0 の意味は, 相対否定, (N2) は, 純粹否定にほぼ対応するものである。

Chandler[8] は、否定を部分否定 (partial negation) と全否定 (total negation), および単否定 (bare negation) に分ける (図 1). 「ソクラテスは病気である」(A) と 「ソクラテスは健康である」(B) とすると、それぞれの否定は図 1 のようになる. 部分否定では、A の否定は、B になる. 全否定、たとえば、「ソクラテスは存在しなければ」、病気でも健康でもないので、(病気-健康という軸を否定して)、その他の部分 C になる. 単否定では、A の否定以外何も意味しないので、B と C の部分になる. (N1) は、部分否定, (N2) は、単否定に対応する.

## 4 裏のルール

### 4.1 ルール「ならば」の意味するところ:裏のルール

2 値論理では、ルール (ならば)

$$A \rightarrow B(A \text{ ならば } B)$$

であり、A が真であれば、B が真であると推論される. しかし、A が偽であるときは、(このルールからだけでは) B の真偽は不明である.

しかし、日常の言語では、裏のルール (命題)

$$\neg A \rightarrow \neg B(A \text{ でなければ, } B \text{ でない})$$

を意図している場合が多い. たとえば、

あした天気が良ければ、ピクニックに行く (例 1-1)

という命題は、

あした天気が良くなければ、ピクニックに行かない (例 1-2)

を意図している場合が多い.

また、健康診断で糖尿病が疑われる人が、診療所に行き、

- (医者) 尿から糖が検出されれば、糖尿病です. (例 2-1)
- (医者) あなたの尿から糖は検出されませんでした. (例 2-2)
- (患者 頭の中) では、私は糖尿病ではないんだ. (例 2-3)

となったとする。糖尿病の診断では尿から糖が検出したこと以外、血糖値などさまざまな検査をしないと判断できない。医者は、今日の検査では、糖尿病とは診断できなかった（さらなる検査が必要）ということ在意図しているが、患者は、裏のルールを使って、自分は糖尿病ではないと判断した。医者は論理学の論理を使い、患者は日常言語を使っている場合の誤解である。このような誤解を避けるため、論理学の本では、裏のルールが成り立つかどうか、きちんと区別して言わなくてはならないとしている [7]。たとえば、例 2-1「尿から糖が検出されれば、糖尿病ですが、検出されなくても、(血糖値などの測定結果により)糖尿病と診断されます」。

作業手順を示すときは、裏のルールが意図されることが多い。

- (板前) 油の温度が、170 度以上 200 度以下だったら、具材を入れなさい (例 3-1)
- (見習い) 150 度だけど、(いそぎだし、150 度でいれちゃだめと言われてないし) 入れちゃえ (例 3-2)

この場合、見習いが悪いとされることが多いだろう。このように手順を示すようなものや制御でのルールでは、裏のルールが暗黙に仮定されることが多い。

## 4.2 枠組み

日常提示されるこのようなルールは、ある枠組みのなかでのみで成立すると考えられる。(例 1-1) では、今日とほぼ同じ状態であり、天気具合によって、ピクニックに行くかどうかのルールである。したがって、この枠組みから外れる状況では意味を持たない。たとえば、家族のだれかが高熱をだしたときは、たとえ天気が良くてもピクニックには行かないだろう。

この枠組み内では、ピクニックに行くかどうかは、明日の天気がよいか、悪いかだけであり、悪いときのルールが提示されておらず、その場合、よいときのルールから裏の命題が意図され、「天気が悪ければピクニックに行かない」が意図される。

この方法は、婉曲な表現によく使われる。

- 今回の入試では、合計点が 180 点以上の受験生を合格にしました。(例 4-1)
- あなたのお子さんの合計点は、150 点でした。(例 4-2)

これは、「あなたのお子さんは不合格」を意味する。合否が合計点のみで決まるという枠組みで会話しているので、「寄付金」であるとか「コネ」があるとかは枠外の話である。

(例 4-1) が発話され、その意味が、「180 点未満の学生の合否は、言及しない」ということであると、(例 4-1) の発言の意味は、ほとんど意味がなくなる。もし、そうであり、「160 以上が合格、未満が不合格」というルールがあり、165 点で合格だったとすると、(例 4-1) の発言は「うそ」であると考えよう。

### 4.3 裏のルールがに成立する場合

(N1) の解釈をとり、 $A$  が真ではないことが、 $A$  の否定 (逆の意味) が成立するとする。 $A$  がファジィ値を取る場合、 $A$  の否定は、 $1 - A$  とする。たとえば、 $A$  が、天気がよいとすると、天気が 0.7 でよい  $A = 0.7$  は、 $1 - A = 0.3$  で天気が良くない (天気が悪い) を表すことを意味する。そこで、 $B$  をピクニックに行くとなると、

$$A \rightarrow B (A \text{ ならば } B)$$

から、 $B$  は、0.7 でピクニックに行くということになる。この  $B$  が 0.7 は、 $\neg B = 0.3$ 、0.3 でピクニックに行かないを意味する。これは、裏のルール、

$$\neg A \rightarrow \neg B (A \text{ でなければ、} B \text{ でない)}$$

が、成立していることを意味する。

### 4.4 程度を示すことばを加えた場合

婉曲な表現は、何かを批判したいときも使われる。あることを讃え、その裏のルールで間接的に批判するという方法である。これに、程度を表す形容詞をつけて、使われることがある。

たとえば、「 $A$  かつ  $B$  であれば、きわめて健全な状況」では、裏のルールは、「( $A$  かつ  $B$ ) でなければ、(きわめて健全な状況) ではない」であるが、つぎのようなルールを暗黙のうちに表明したいのではないだろうか？

- 「 $A \wedge B \rightarrow$  きわめて健全な状況」(例 5-1)
- 「 $A \wedge \neg B \rightarrow$  中間の状況 (たとえば、やや健全な状況)」(例 5-2)
- 「 $\neg A \wedge B \rightarrow$  中間の状況 (たとえば、やや不健全な状況)」(例 5-3)

- 「 $\neg A \wedge \neg B \rightarrow$  きわめて不健全な状況」(例 5-4)

この場合、(例 5-1)のルールを発話することにより、(例 5-4)を連想させることを意図することがある。

きわめて健全な状況を 1 とし、きわめて不健全な状況を 0 として、 $A \wedge B$  の成立の程度に応じて、または、(例 5-2)や(例 5-2)のように、条件の一方が成立するときは、その中間のルールを想定しているのだろう。たとえば、(例 5-2)の場合 0.7 で健全な状況、(例 5-3)の場合 0.2 で健全な状況というルールが考えられる。

#### 4.5 すべてのルールを 1 つの論理式 (論理関数) で表現する

ある病気 (X) を診断するのに 2 つのルールがあり、

- $p_1$  が基準値を超えていれば、X 病である。  $A_1 \rightarrow B$  (例 6-1)
- $p_2$  が基準値を超えていれば、X 病である。  $A_2 \rightarrow B$  (例 6-2)

とする。2 値論理で、ある人が、 $p_1$  が基準を超えていたら、 $A_1$  が真になり、 $A_1 \rightarrow B$  より、 $B$  が真になり、X 病と診断される。 $p_2$  が基準内であり、(例 6-2) からの、 $B$  の真偽は不明であっても、(例 6-1) より X 病となる。

ファジィ値の場合、 $A_1$  が 0.7、 $A_2$  が 0.2 の場合、(例 6-1) より 0.7 で X 病、(例 6-2) より 0.2 で X 病となる。2 つの論理式は、OR で結合するので、0.7 で X 病となる。

裏の命題を考えると(例 6-1) から 0.3 で X 病ではなく、(例 6-2) から 0.8 で X 病ではない。この場合、OR で結合するのではなく、AND で結合するという別の結合になる。2 値の場合と異なり、2 つのルールを結合した論理式

$$(A_1 \vee A_2) \rightarrow B$$

で表現しなくてはならない。また、 $B$  がファジィ値で (N1) の解釈をとるので、裏の命題

$$\neg(A_1 \vee A_2) \rightarrow \neg B$$

が成立する。これは、 $p_1, p_2$  が基準内であれば、X 病ではないことを意図している。したがって、ファジィ値にする場合、すべての条件を前件部に記述しなくてはならない。ただし、枠組みが前提されており、その枠組み内でのすべての条件である。いいかえると、裏の命題が成立するように、ルール(命題)を作成しなくてはならない。

## 4.6 MaxMin 演算は、排中律を満たさない

ファジィ論理（関数）[1]では、論理積（ $\wedge$ ）については  $\min$  演算，論理和（ $\vee$ ）については  $\max$  演算を用いる (MaxMin 演算).  $x$  をファジィ値とすると，この MaxMin 演算では，排中律 ( $x \vee \neg x = 1$ ) や矛盾律 ( $x \wedge \neg x = 0$ ) を満たさない. たとえば， $x = 0.8$  とすると，

$$x \vee \neg x = \max(x, 1 - x) = 0.8 \quad (1)$$

$$x \wedge \neg x = \min(x, 1 - x) = 0.2 \quad (2)$$

となる.

次節で，このような排中律や矛盾律を満たす「シヨケ積分によるファジィ論理関数の計算」を提示する.

## 5 シヨケ積分によるファジィ論理関数の計算

以上述べてきた性質を持つファジィ論理関数の演算方法は，シヨケ積分の拡張で実現できる. (N1) の意味で利用するときは，論理型シヨケ積分 [4] である. 排中律は成立し，逆の命題の計算も一致する.

### 5.1 代表点規則と単調性規則

(N1) の場合の論理演算は 2 値（真と偽，1 と 0）で行われており，ファジィ値は 2 値の演算結果の補間とする. そこで，2 値の入出力値の組を代表点と呼ぶ.

ある入力値  $p$  の値が，0 と 1 に変化させ，（他の入力値の値が同じで）この 2 点での出力値が同じである場合，すべてのファジィ値  $\forall p \in [0, 1]$  でも同じ出力とするという規則を導入する，この規則を「代表点規則」と呼ぶ.

代表点規則を導入すれば， $p \vee \neg p$  は， $p = 0, p = 1$  の両場合で成立する（真となる）ので，ファジィでの排中律  $p \vee \neg p = 1, \forall p \in [0, 1]$  は成立する. したがって，「(ファジィでの) 排中律」は，代表点規則より導かれたものとなる.

「矛盾律」も同様で， $p \wedge \neg p$  は， $p$  の 2 値の真理値に関わらず成立しないことより，代表点規則より， $p$  がファジィ値 ( $[0, 1]$  の値) であっても，論理式  $p \wedge \neg p = 0$  となる.

代表点規則をテニスの例に適用する。「天気によければテニスへ行く」と「天気がよくなければテニスに行く」とする。天気がよいを  $p$ , テニスへ行くを  $q$  とし,

$$\begin{aligned} p &\rightarrow q \\ \neg p &\rightarrow q \end{aligned}$$

となる。2値では,

$$p \rightarrow q, \forall p \in \{0, 1\}$$

となる。真理値がファジィ値をとる場合, 代表点規則を適用すれば,

$$p \rightarrow q, \forall p \in [0, 1]$$

とする。したがって,  $p$  の値にかかわらず,  $q$  が成立する。

一方, 「天気が悪ければ, テニスに行かない」というルールがあれば,

$$\begin{aligned} p &\rightarrow q \\ \neg p &\rightarrow \neg q \end{aligned}$$

となり,  $(p = 0) \rightarrow (q = 0)$  と  $(p = 1) \rightarrow (q = 1)$  を補間することとし,  $p_1 \leq p_2$  ならば,  $q_1 \leq q_2$  を出力することとする。これを単調性規則と呼ぶ。

入力変数を  $x_1, \dots, x_n$  とし, ルールは, 1つのファジィ論理関数  $f$  で表現されるとする。代表点規則と単調性規則は次のようになる。

$$y = f(x_1, \dots, x_n) \quad (3)$$

$x_2, \dots, x_n$  を 0 か 1 に固定したとき ( $\bar{x}_i \in \{0, 1\}, i = 2, \dots, n$ ),

$$y^0 = f(0, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \quad (4)$$

$$y^1 = f(1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \quad (5)$$

$y^0 \leq y^1$  のとき,  $0 \leq x_1^2 \leq x_1^3 \leq 1$  とし,  $y^2 = f(x_1^2, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ ,  $y^3 = f(x_1^3, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$  ならば,  $y^0 \leq y^2 \leq y^3 \leq y^1$  とならなくてはならない。また,  $y^0 \geq y^1$  のとき,  $y^0 \geq y^2 \geq y^3 \geq y^1$  とならなくてはならない。

代表点規則は, 単調性規則に含まれる。

## 5.2 シヨケ積分によるファジィ論理関数の計算の図解

本稿では、シヨケ積分によるファジィ論理関数の計算 [4] の表と図により、その計算法を示す。シヨケ積分による論理演算は、代表点規則、単調性規則を満たす。

シヨケ積分によるファジィ論理関数の計算は、入力値によって、 $[0, 1]$  をいくつかの範囲に分割する。それぞれの範囲で、満たす条件の出力値を求め、その範囲の幅との積を求め、その積の総合計を出力値する計算方法である。

### 5.2.1 例 6: 単調なファジィ論理関数

単調なファジィ論理関数の例として、

$$y = x_1 \vee (x_2 \wedge x_3) \tag{6}$$

をあげる。まず、2 値の場合の入出力関係(真理値表) を表 1 にあげる。

表 1: 例 6(式 (6)) の真理値表

ルール	代表点			出力値
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	
R6-1	0	0	0	0
R6-2	0	0	1	0
R6-3	0	1	0	0
R6-4	0	1	1	1
R6-5	1	0	0	1
R6-6	1	0	1	1
R6-7	1	1	0	1
R6-8	1	1	1	1

$x_1 = 0.2, x_2 = 0.6, x_3 = 0.8$  の場合の計算表を表 2 に示す。

範囲イは、 $(0.8, 1.0]$  であるので、 $x_1, x_2, x_3$  のどれも満たさない。したがって、 $x_1 = x_2 = x_3 = 0$  のルール R6-1 があてはまる。この範囲イでは、幅 0.2 と R6-1 の出力値 0 の積 0 となる。

範囲ロは、 $(0.6, 0.8]$  であるので、 $x_3$  のみ満たす。したがって、 $x_1 = x_2 = 0, x_3 = 1$  のルール R6-2 があてはまる。この範囲ロでは、幅 0.2 と R6-2 の出力値 0 の積 0 となる。

範囲ハは,  $(0.2, 0.6]$  であるので,  $x_2$  と  $x_3$  のみ満たす. したがって,  $x_1 = 0, x_2 = x_3 = 1$  のルール R6-4 があてはまる. この範囲ハでは, 幅 0.4 と R6-4 の出力値 1 の積 0.4 となる.

範囲ニは,  $[0, 0.2]$  であるので,  $x_1, x_2, x_3$  すべて満たす. したがって,  $x_1 = x_2 = x_3 = 1$  のルール R6-8 があてはまる. この範囲ハでは, 幅 0.2 と R6-8 の出力値 1 の積 0.2 となる.

$x_1 = 0.2, x_2 = 0.6, x_3 = 0.8$  の場合の出力値は 3 つの積の合計 0.6 となる. 図 2 は, その図解で, 斜線の部分の面積が出力値となる.

表 2: 例 6 の計算表 ( $x_1 = 0.2, x_2 = 0.6, x_3 = 0.8$  の場合)

	範囲	幅	$x_1$	$x_2$	$x_3$	ルール	ルールの出力値	積
イ	$(0.8, 1.0]$	0.2				R6-1	0	0
ロ	$(0.6, 0.8]$	0.2			✓	R6-2	0	0
ハ	$(0.2, 0.6]$	0.4		✓	✓	R6-4	1	0.4
ニ	$[0.0, 0.2]$	0.2	✓	✓	✓	R6-8	1	0.2
合計								0.6

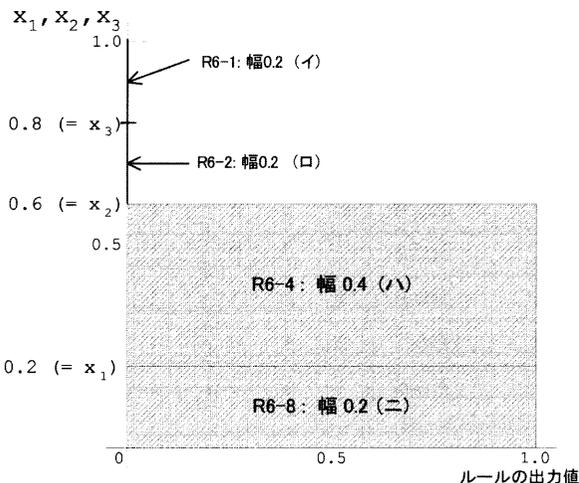


図 2: 例 6 の計算の図解 ( $x_1 = 0.2, x_2 = 0.6, x_3 = 0.8$  の場合)

### 5.2.2 例 7: 非単調なファジィ論理関数

非単調なファジィ論理関数の例として,

$$y = \neg x_1 \vee (x_2 \wedge x_3) \tag{7}$$

をあげる. まず, 2 値の場合の入出力関係(真理値表)を表 3 にあげる.

表 3: 例 7(式 (7)) の真理値表

ルール	代表点			出力値
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	
R7-1	0	0	0	1
R7-2	0	0	1	1
R7-3	0	1	0	1
R7-4	0	1	1	1
R7-5	1	0	0	0
R7-6	1	0	1	0
R7-7	1	1	0	0
R7-8	1	1	1	1

$x_1 = 0.4, x_2 = 0.5, x_3 = 0.1$  の場合の計算表を表 4 に示す.

範囲ホは,  $(0.5, 1.0]$  であるので,  $x_1, x_2, x_3$  のどれも満たさない. したがって,  $x_1 = x_2 = x_3 = 0$  のルール R7-1 があてはまる.  $\neg x_1$  の項があるので, R7-1 の出力値は 1 となる. この範囲ホでは, 幅 0.5 と R7-1 の出力値 1 の積 0.5 となる.

範囲へ～チでも同様の計算ができ, 出力値は 3 つの積の合計 0.7 となる (図 3)

### 5.2.3 例 8: 定数係数をもったファジィ論理関数

4.4 節の程度をもったルールの例 (例 4) は, 定数係数をもったファジィ論理関数で表現できる. 例 4 は,

$$y = (0.7 \wedge x_1) \vee (0.2 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_2) \tag{8}$$

をあげる. 2 値の場合の入出力関係(真理値表)を表 5 にあげる. 定数係数をもつので, 出力値は  $[0, 1]$  となる.

$x_1 = 0.5, x_2 = 0.8$  の場合の計算表を表 6 に示す. 図 4 にその図解を示す.

表 4: 例 7 の計算表 ( $x_1 = 0.4, x_2 = 0.5, x_3 = 0.1$  の場合)

	範囲	幅	$x_1$	$x_2$	$x_3$	ルール	ルールの出力値	積
ホ	(0.5, 1.0]	0.5				R7-1	1	0.5
へ	(0.4, 0.5]	0.1		✓		R7-3	1	0.1
ト	(0.1, 0.4]	0.3	✓	✓		R7-7	0	0
チ	[0.0, 0.1]	0.1	✓	✓	✓	R7-8	1	0.1
合計								0.7

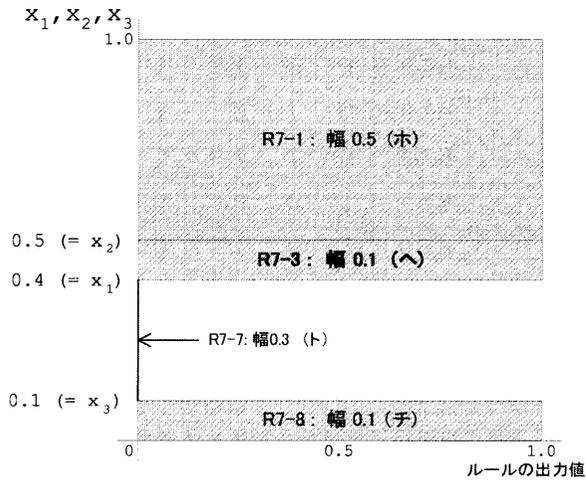


図 3: 例 7 の計算の図解 ( $x_1 = 0.4, x_2 = 0.5, x_3 = 0.1$  の場合)

表 5: 例 8(式 (8)) の真理値表

ルール	代表点		出力値
	$x_1$	$x_2$	$y$
R8-1	0	0	0
R8-2	0	1	0.2
R8-3	1	0	0.7
R8-4	1	1	1

表 6: 例 8 の計算表 ( $x_1 = 0.5, x_2 = 0.8$  の場合)

	範囲	幅	$x_1$	$x_2$	ルール	ルールの出力値	積
リ	(0.8, 1.0]	0.2			R8-1	0	0
ヌ	(0.5, 0.8]	0.3		✓	R8-2	0.2	0.06
ル	[0.0, 0.5]	0.5	✓	✓	R8-4	1	0.5
合計							0.56

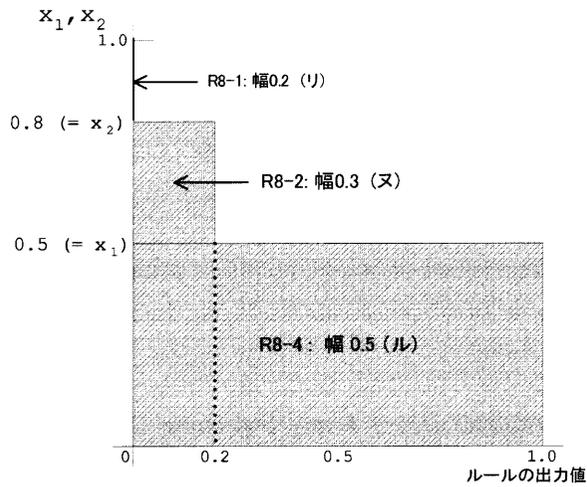


図 4: 例 8 の計算の図解 ( $x_1 = 0.5, x_2 = 0.2$  の場合)

### 5.3 裏のルールが成立しない場合

(N2) の場合, 真 (T), 偽 (F), 未知不明 (U) の 3 値に分け, それぞれ, T,F,U のそれぞれの度合いをファジィ値で表現することができる. また, この場合の排中律として, ある変数の T,F,U の度合いの合計を 1 にする. 代表点 (それぞれの変数が 0 か 1) での出力を計算し, それを補間するようにしたものがファジィ 3 値論理関数 [2] である. この関数は, 拡張した相補律, 単調性などを満たす.

## 6 おわりに

本稿では、なぜファジィ論理関数（もしくは、ファジィ論理、ファジィの演算）にショケ積分の計算を用いたらよいのかを述べた。

本手法は、ある程度、モデルの枠組みが規定され、また、裏の命題が成立するような問題に適用可能であろう。例えば、制御－作業手順のルール－やシミュレーション、エキスパートシステムなどで利用が考えられる。

## 参考文献

- [1] 向殿政男, 「ファジィ論理 (講座ファジィ 4)」, 日刊工業新聞社, 1993.
- [2] 高萩栄一郎, ショケ積分によるファジィ3値論理, 第18回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.583-586, 2002.
- [3] E.Takahagi, Fuzzy three-valued switching functions using Choquet integral, *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, Vol.7 No.1, pp.47-52, 2003.
- [4] E.Takahagi, Fuzzy Integral Based Fuzzy Switching Functions, in *Transactions on Rough Sets II. Lecture Notes in Computer Science 3135* edited by James F. Peters et al, pp.129-150, Springer, 2004.
- [5] 中島信之, あいまいさの系譜, 三恵社, 2006.
- [6] 桂紹隆, インド人の論理学 問答法から帰納法へ, 中央公論社, 1998.
- [7] 野矢茂樹, 入門! 論理学, 中央公論社, 2006.
- [8] H.S. Chandler, Excluded middle, *Journal Philosophy*, 64, pp.807-814, 1967.

[問い合わせ先]

〒214-8580 神奈川県川崎市多摩区東三田 2-1-1

専修大学商学部 高萩 栄一郎

TEL:044-900-7988 FAX:044-900-7849

電子メール:takahagi@isc.senshu-u.ac.jp